Comme le précédent intitulé ***Bonne Année***, ce document entend n’être qu’un exemple de l’emploi des œuvres artistiques pour initier les auditeurs à certains contenus de l’univers des mathématiques.

Le jeu de l’interactivité conduit souvent à introduire ou à approfondir un tantinet certaines notions.

Si, semble-t-il, ***Bonne Année*** est bien accepté par les élèves depuis le CM1 jusqu’à la quatrième, ce document-ci s’adresse également à ces dernier élèves, ainsi qu’aux élèves de 3e et seconde. On y voit apparaître deux démonstrations fort simples.

Vous ne le croirez jamais !

Un

Art

*T*rès *N*ouveau

La Pâtisserie

Mathématique

Ou
pourquoi

Chocolatiers & Pâtissiers

sont

Professeurs de Mathématiques

Gourmands, s’abstenir !

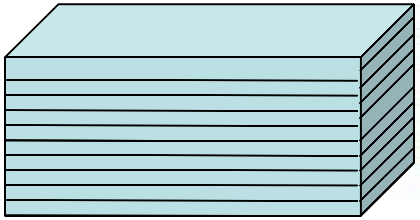
L’Art du Millefeuille

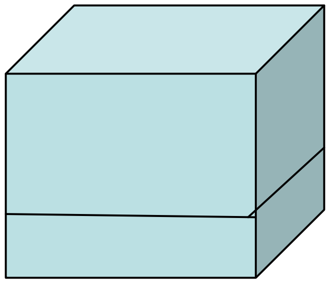
Vous, qui êtes géomètre pâtissier, ou pâtissier géomètre, ces millefeuilles sont, vus de loin d'abord, des parallélépipèdes. Ils pourraient être taillés aussi bien en forme de cube, de cône, de prisme, de sphère, ou en un tout autre volume !

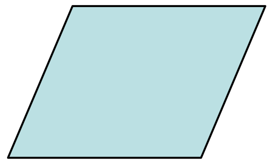
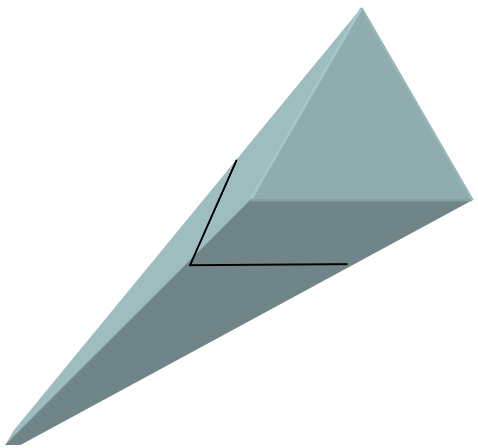
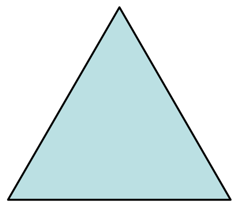
Notez que les feuilles de nos millefeuilles sont ici planes, et, propriété caractéristique,

ne se coupent pas !

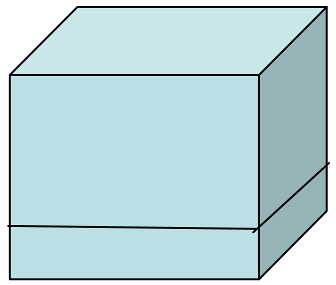
- si le volume est un parallélépipède, les feuilles sont des rectangles

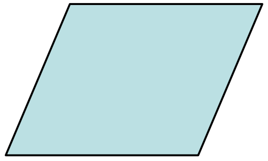


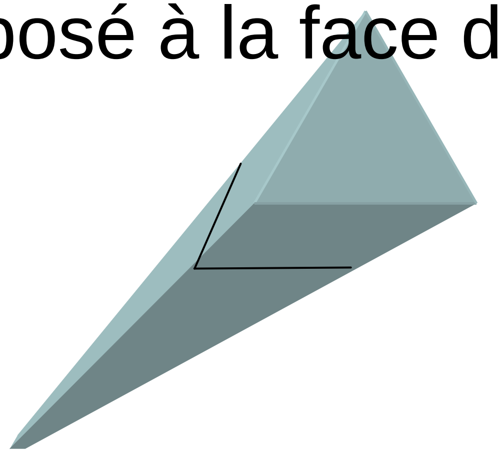




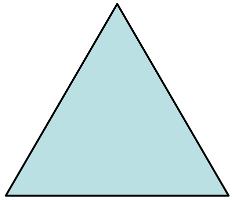
- si le volume est un cube, les feuilles sont des carrés





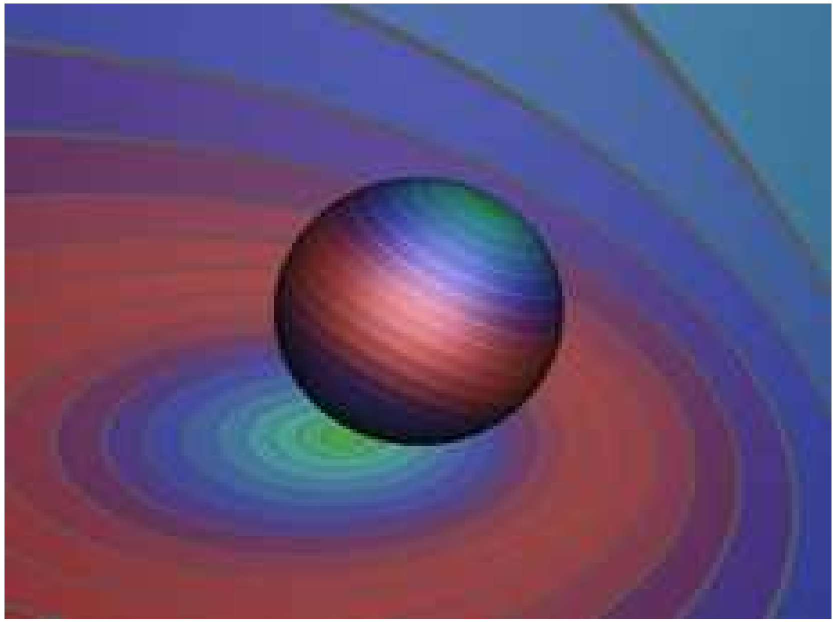
- si le volume est un cône de base triangulaire, les feuilles, choisies pour être parallèles à une base du cône, sont des triangles plans de plus en plus petits au fur et à mesure qu'on s'approche du sommet du cône, opposé à la face de référence.

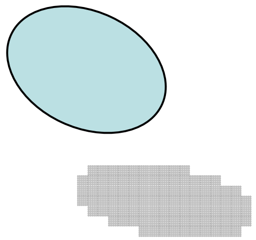




Ce sommet est un point, dit point singulier, en lequel la feuille, le triangle donc est dégénéré.

- si le volume est une *boule* (comme la terre, une orange, mieux une bouchée en chocolat !), les feuilles sont des *disques* plats (comme des pièces de monnaie infiniment minces), dégénérés en deux points singuliers respectivement situés en des pôles nord et sud de la sphère.





- Les volumes que nous avons considérés sont des domaines à trois dimensions car on peut localement les mesurer par une hauteur, une longueur, une largeur.

Par contre, carrés, rectangles, disques sont des domaines de dimension 2 seulement, car ils n’ont pas de hauteur.

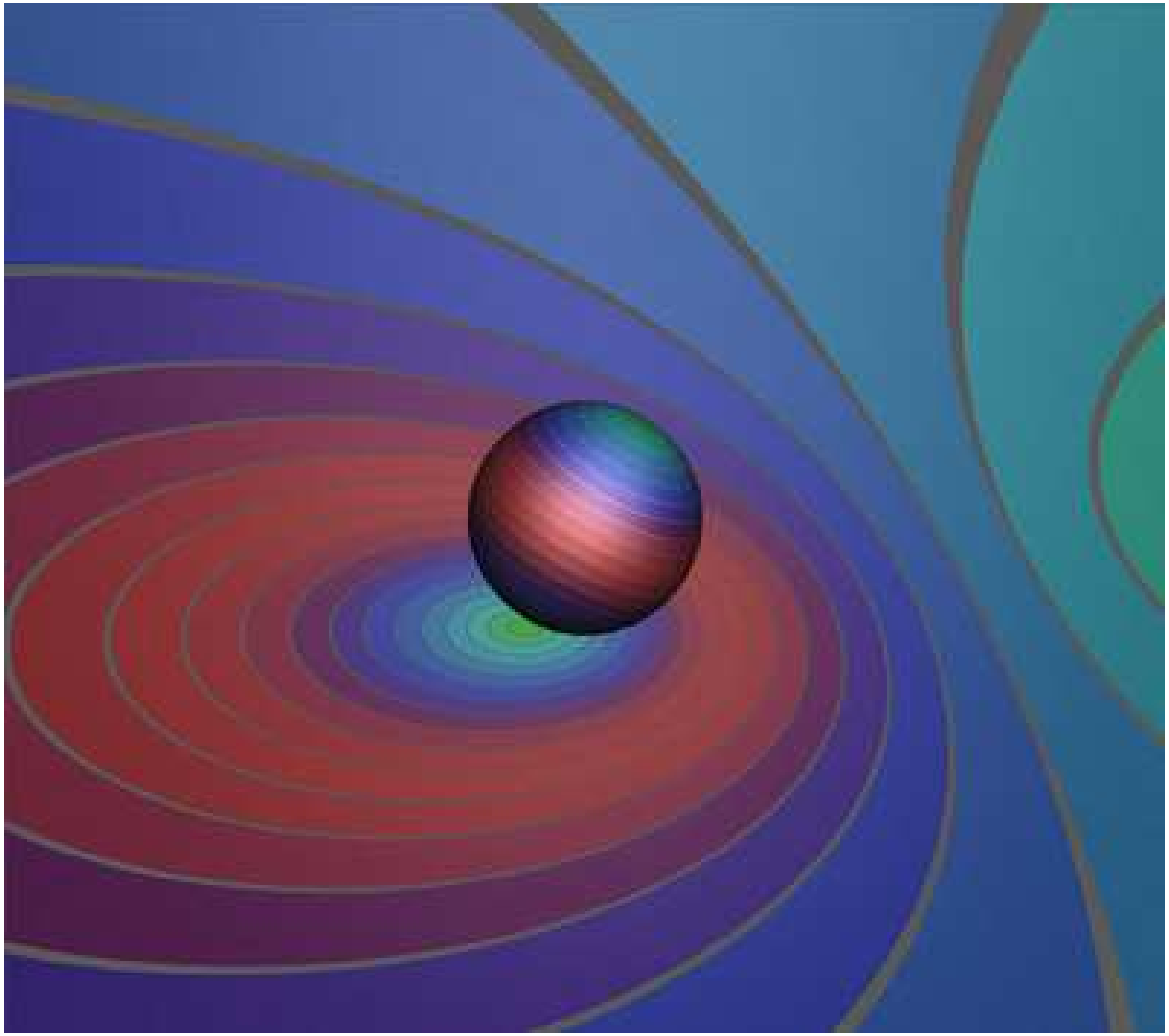
Quant aux *éléments de courbe*, de fils infiniment minces, qu’ils soient rectilignes comme les traits droits ou non, ils sont de dimension 1 car la seule longueur suffit pour les mesurer.

Quant aux points, ils sont de dimension 0 puisqu’on ne peut pas leur attribuer une mesure autre que nulle.

- Sur les dessins, le nombre de feuilles présentes est fini. Ces dessins ne correspondent pas à la vision des mathématiciens pour qui les feuilles, infiniment minces, infiniment proches les unes des autres, sont en quantité infinie, serrées les unes contre les autres de sorte qu'elles remplissent complètement les volumes considérés.

- Les mathématiciens recherchent l'universalité de leurs conceptions et de leurs affirmations. Ils généralisent.

A votre avis, les carrés et autres domaines à deux dimensions, appelés surfaces ou éléments de surface, peuvent-ils être feuilletés eux aussi ?



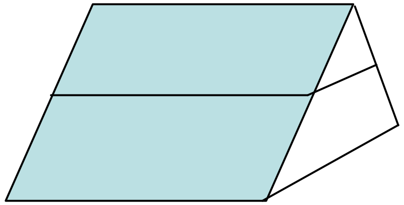
La projection stéréographique de la sphère, vue par Tom Banchoff et ses amis

- Vous avez sans doute tous la réponse, Oui !, il suffit :

- de penser à remplir un carré par des traits parallèles, traits qui sont des éléments de fils infiniment minces, fils qu'on appelle des *courbes*, qu'ils soient rectilignes ou non.

- ou bien, comme on le voit sur le tableau que nous allons commenter tout à l'heure, de tracer sur une *sphère* (la peau infiniment mince de l'orange) une infinité de cercles parallèles entre eux, ceux aux pôles étant dégénérés en ces points singuliers.

• Prenons maintenant à nouveau un prisme que nous allons feuilleter par des rectangle parallèles à une des faces allongées. On voit que la feuille dégénère en l'arête du prisme opposée à la face, arête qui est un élément de courbe rectiligne, donc de dimension 1 :



Vous connaissez maintenant le premier Enoncé du Pâtissier:

Les volumes et objets habituels de dimension 3 peuvent être feuilletés par des domaines de dimension 2, dégénérés en des points singuliers ou en des lignes singulières.

Souhaiteriez-vous proposer une ou des généralisations de cet énoncé ?

- Quelques mots sur la sphère que nous venons de voir sur un tableau fait par Tom Banchoff et ses amis. Elle est placée sur un écran plat : les pôle nord et sud sont bleus ou bleus-verts comme les glaces de l'Artique et de l'Antartique. Il fait plus chaud au milieu de la sphère, comme chez nous.

Une source de lumière est placée au pôle nord, de sorte que sur l'écran plat on voit les images bleues des glaciers, et entre les deux l'image rouge du milieu de la sphère: l'image ou l'ombre d'un cercle est un cercle, ce que nous allons expliquer dans deux cas particuliers simples.

Cette image de la sphère sur l'écran s'appelle la projection stéréographique de la sphère.

- Cette projection sur le sol des trajets tracés sur la sphère a été introduite dans le courant du 1er siècle par le mathématicien astronome et géographe Ptolémée. Ce procédé a été utilisé pour fabriquer des cartes géographiques.

- Le grand Euler, l’empereur des mathématiques, qui vivait au 18e siècle, a trouvé les outils pour bien travailler cette projection.

- Pour voir simplement pourquoi d’abord l’ombre d’un cercle tracé sur la sphère, situé dans un plan parallèle à l’écran, est un cercle sur l’écran, il suffit d’en référer au « théorème » de Thalès, qui est moins un théorème que l’énoncé d’une simple observation d’optique géométrique, fondamentale.

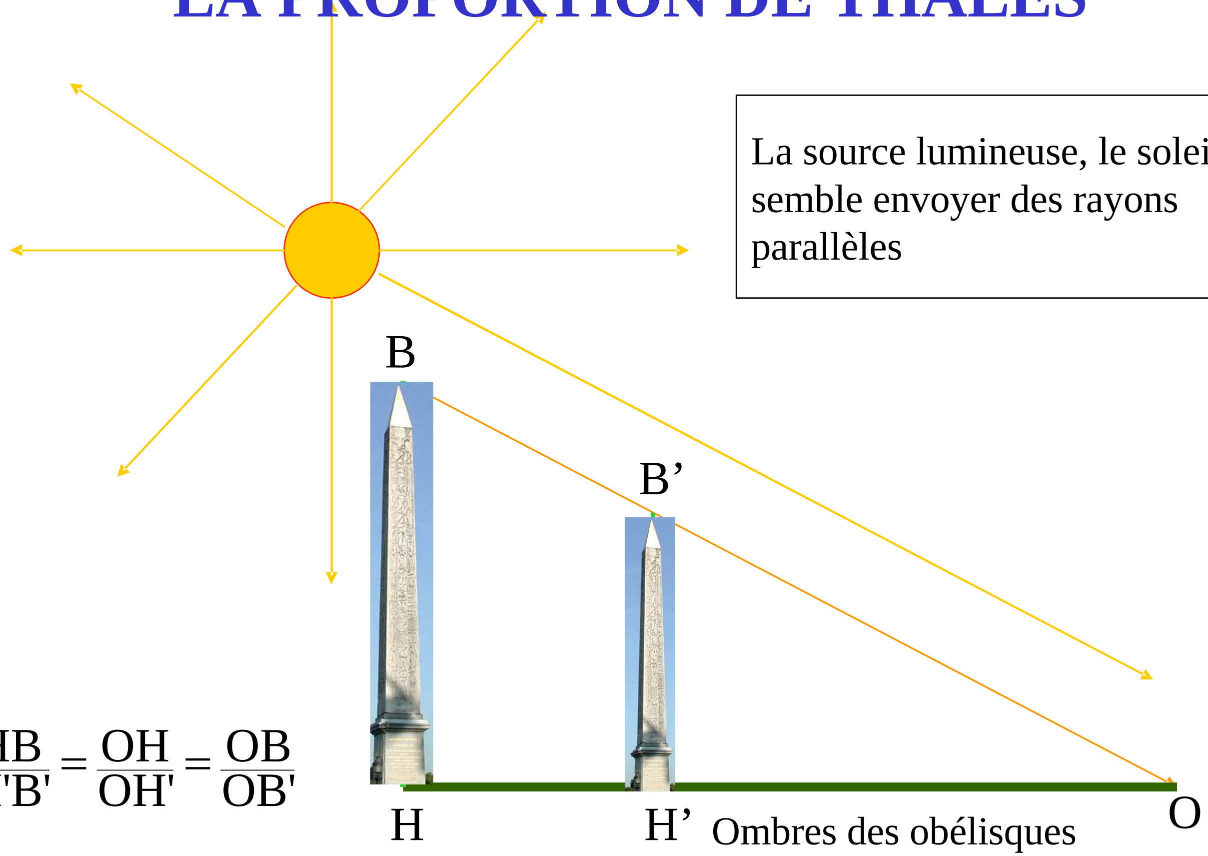
- Mais nous allons voir d’abord ce qui suggère l’emploi de ce théorème dont nous rappelons l’énoncé :

Éclairés par le soleil, les hauteurs des obélisques sont en même proportion que les longueurs de leurs ombres

OPTIQUE VERSUS GÉOMÉTRIE

LA PROPORTION DE THALÈS

La source lumineuse, le soleil, semble envoyer des rayons parallèles



$$\frac{HB}{H'B'} = \frac{OH}{OH'} = \frac{OB}{OB'}$$

- La formulation précédente de l’énoncé de Thalès est, quoique imagée, la formulation classique, de nature statique, inanimée.

- Une formulation moderne est du genre dynamique, animée, comme celle-ci:

Eclairé par le soleil, une translation de l’obélisque, ou sa dilatation en hauteur laisse invariant le rapport entre sa hauteur et la longueur de son ombre.

- On ne dira jamais assez le rôle de la lumière dans le développement de la vie : elle nous apporte l'énergie première, elle nous permet de voir.

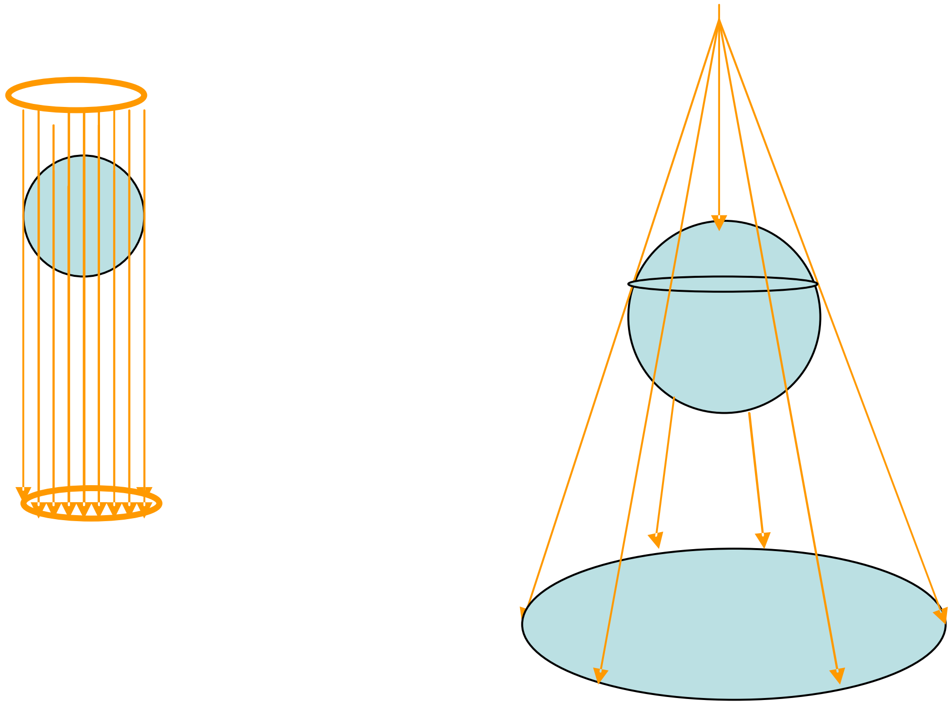
Le soleil et sa lumière ont occupé une place très importante auprès des prêtres-savants égyptiens.

L'érection de l'obélisque, un rayon de soleil figé selon les Héliopolitains, dont le pyramidion est recouvert de feuilles d'or, en porte témoignage

- Le premier obélisque semble avoir été érigé du temps de Pépi 1er (autour de – 2250). Thalès, qui a passé son enfance auprès des prêtres - savants égyptiens, a vécu autour de -600. Entre -2250 et – 600 il doit bien y avoir eu quelques progrès scientifiques. Je conjecture que Thalès n’a fait qu’importer le fameux énoncé.

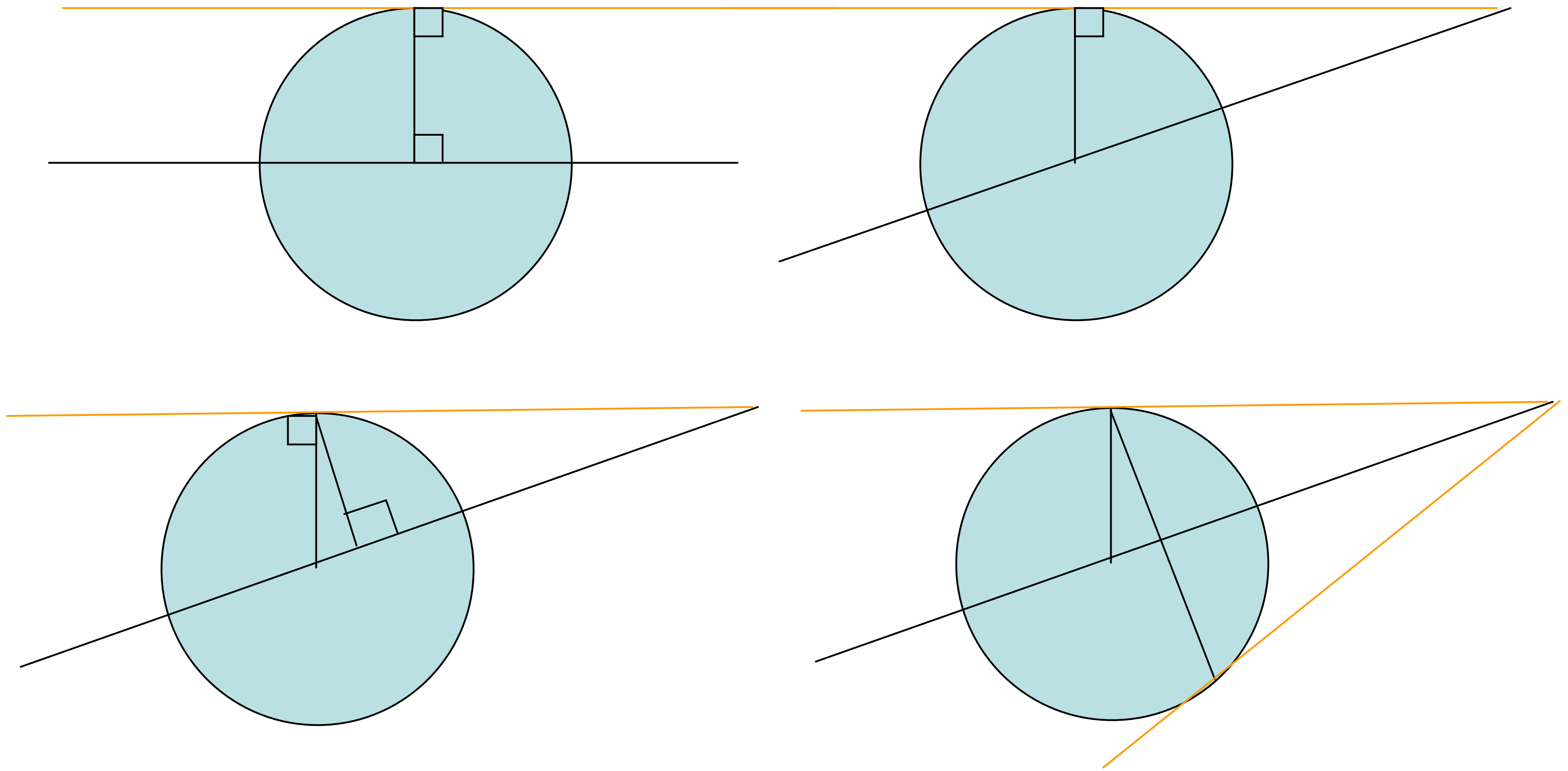
- Par ailleurs, qu’a-t-on pu observer lorsque le soleil était au zénith, à l’aplomb de l ‘axe de l’obélisque ?

- Remplaçons l'obélisque par une sphère, et rapprochons de la sphère la source lumineuse, située à la verticale du centre de la sphère :

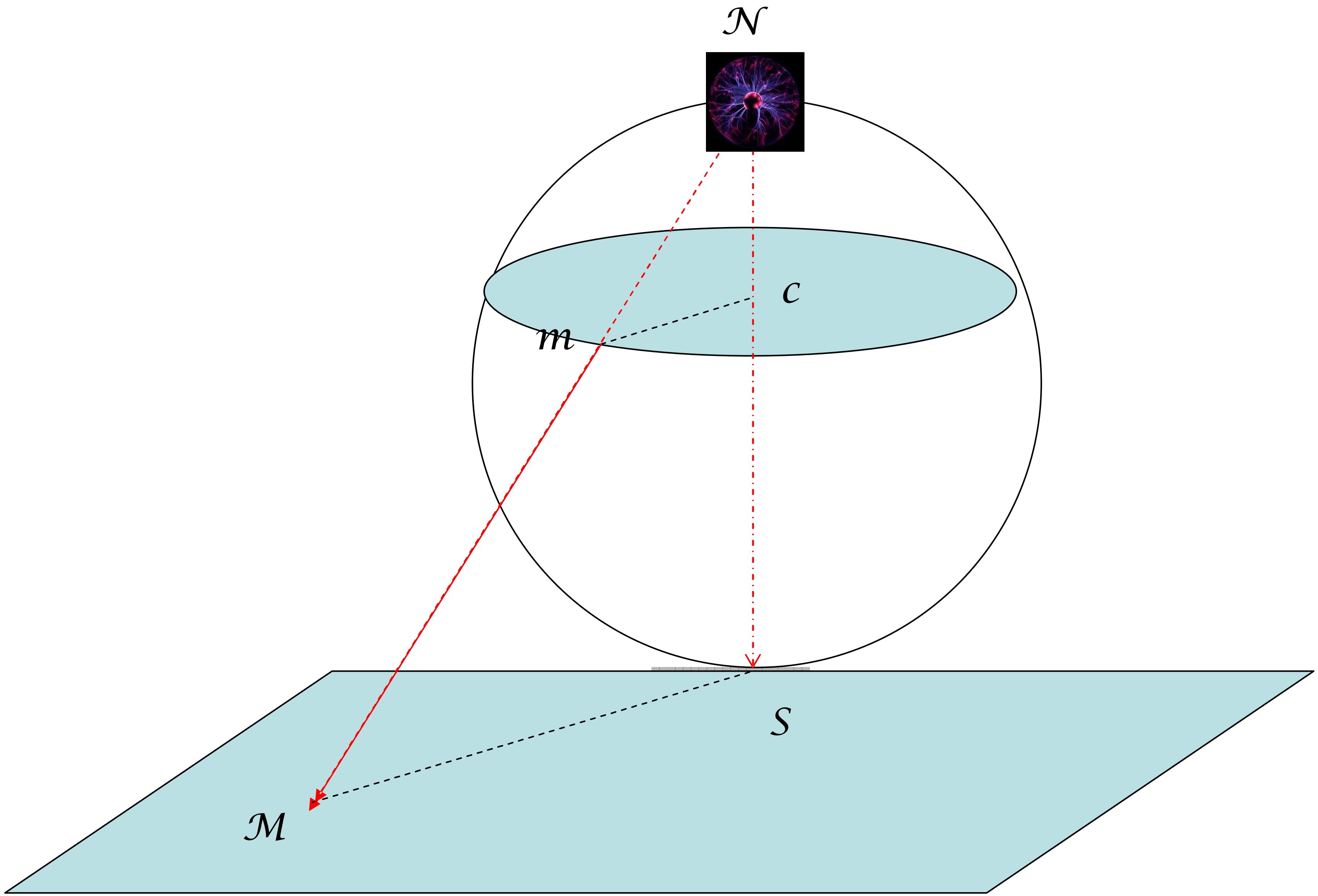


- Le cylindre de lumière devient un cône de lumière tangent à la sphère selon un cercle. Il rencontre le plan de la terre selon un autre cercle. Chaque cercle de la sphère, appelé un parallèle lorsqu'il est situé dans un plan parallèle à l'équateur et au sol-écran, a pour ombre un cercle sur le sol.

- Pourquoi un cône de lumière tangent à la sphère ?
- La réponse s'établit d'après cette suite d'images



- Et voici maintenant ce qu'il advient lorsque la source lumineuse atteint le pôle nord :



R est le rayon de la sphère, 2R son diamètre.

Le cercle $\mathcal{C}$ de centre c est à la distance

$c\mathcal{N}$ = h du pôle nord $\mathcal{N}$.

La longueur de son rayon est $\mathcal{C}m$ = r.

Le théorème de Thalès affirme l'égalité des proportions :

$$cm \;/\; c\mathcal{N} = \mathcal{S}\mathcal{M} \;/\; \mathcal{S}\mathcal{N}$$

$$r / h = \mathcal{S}\mathcal{M} \;/\; 2R$$

Quel que soit le point m du cercle $\mathcal{C}$, son ombre $\mathcal{M}$ sur le plan reste à la distance constante

$$\mathcal{S}\mathcal{M} = 2R\ r/h$$

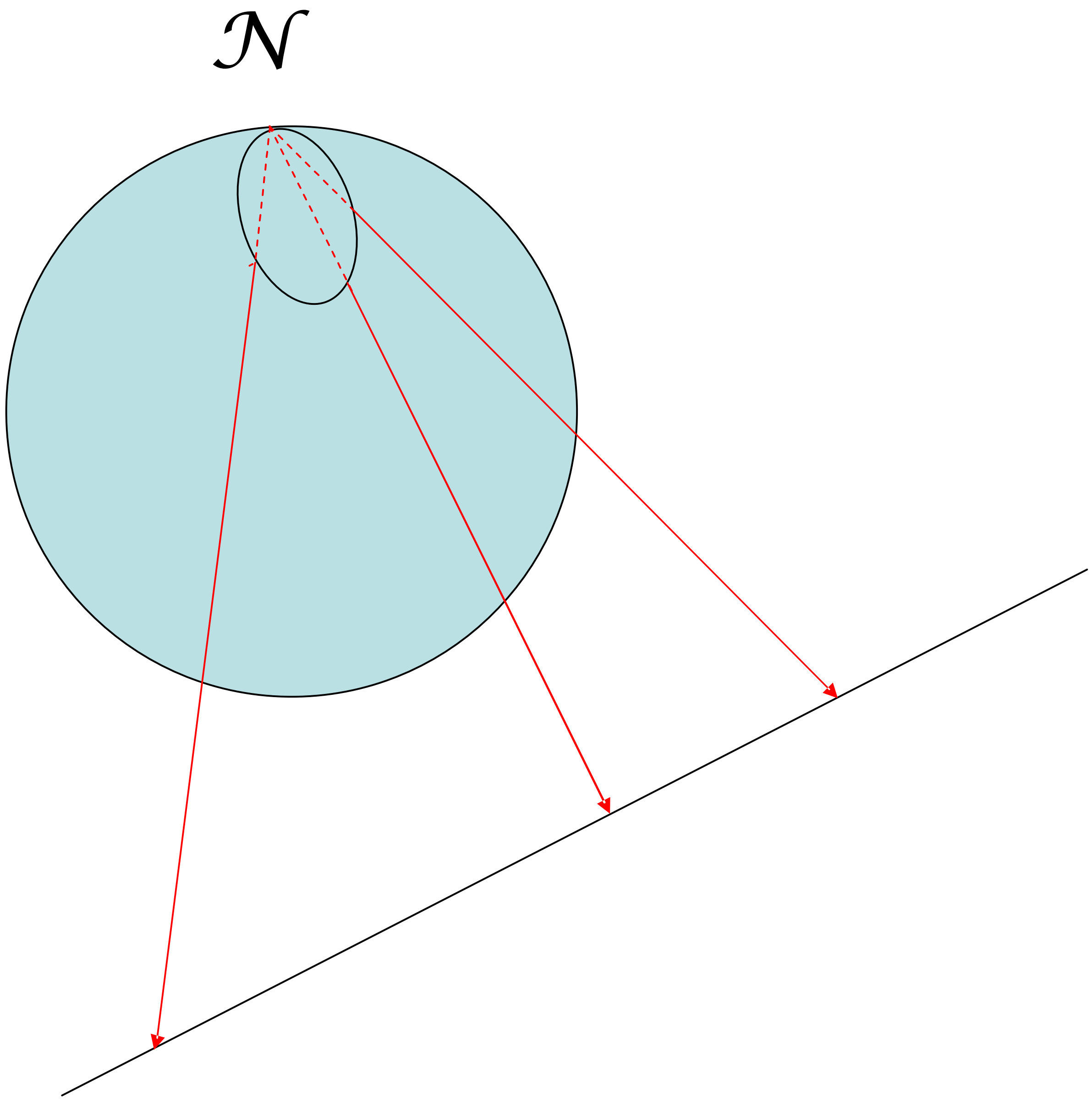
du pôle sud $\mathcal{S}$. Il décrit donc à son tour un cercle quand m se déplace sur le cercle $\mathcal{C}$.

La démonstration ne dépend évidemment pas de la position de la source sur l'axe vertical passant par le centre de la sphère.

Un cercle se situe dans un plan. Si maintenant le cercle C passe par le pôle Nord où se trouve la source lumineuse, le plan qui contient le cercle contient donc la source lumineuse.

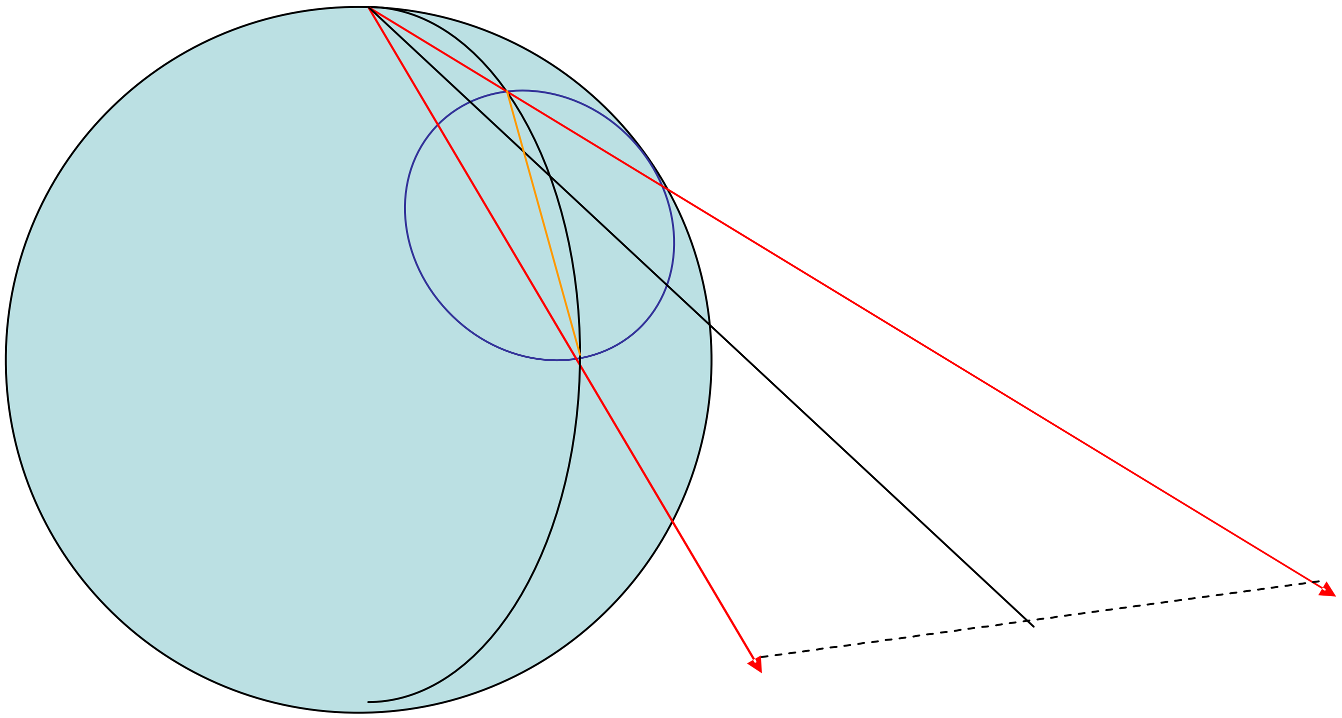
Tous les rayons issus de la source et passant par les points du cercle restent dans ce plan, qui coupe le plan de l’’écran selon une droite.

L’ombre d’un tel cercle est une droite. Elle passe par le pôle sud si le cercle est un méridien, un grand cercle passant par les deux pôles.

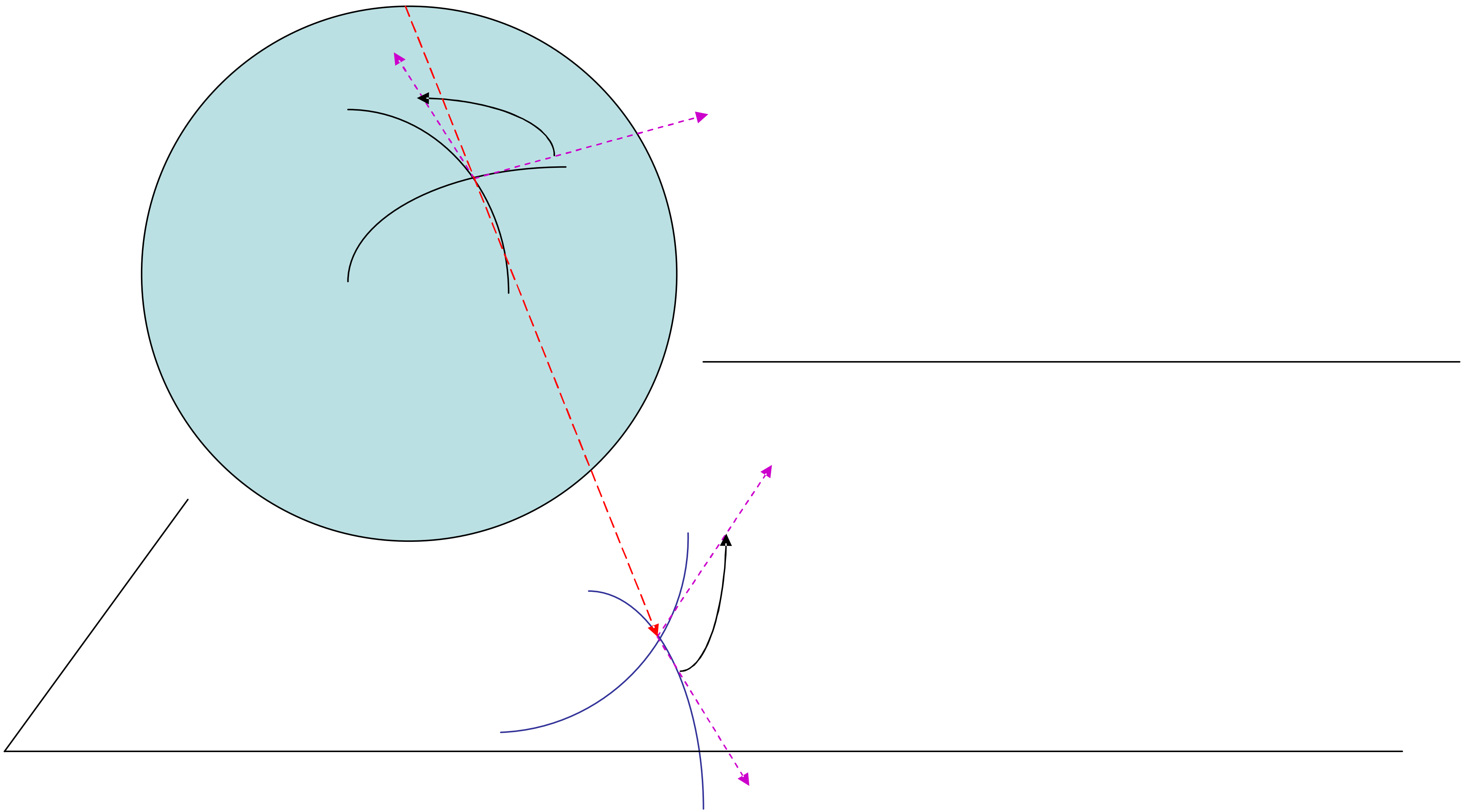


$\mathcal{N}$

Si le cercle tracé sur la sphère n’est ni un méridien, ni un cercle parallèle au plan de l’écran, on parvient au résultat cherché en se servant du cône tangent à la sphère le long du cercle, également du théorème de Thalès.



- Une autre propriété remarquable de cette projection est la suivante: l’angle entre deux courbes tracées sur la sphère (l’angle de leurs tangentes) a la même mesure



que l’angle entre les ombres sur l’écran de ces deux courbes.

C’est la raison pour laquelle cette projection stéréographique a été utilisée pour la fabrication des cartes géographiques: l’angle entre deux chemins sur la terre est le même que l’angle entre leurs images sur la carte.

Une transformation, comme cette projection, qui conserve les angles est appelée une *transformation conforme.*

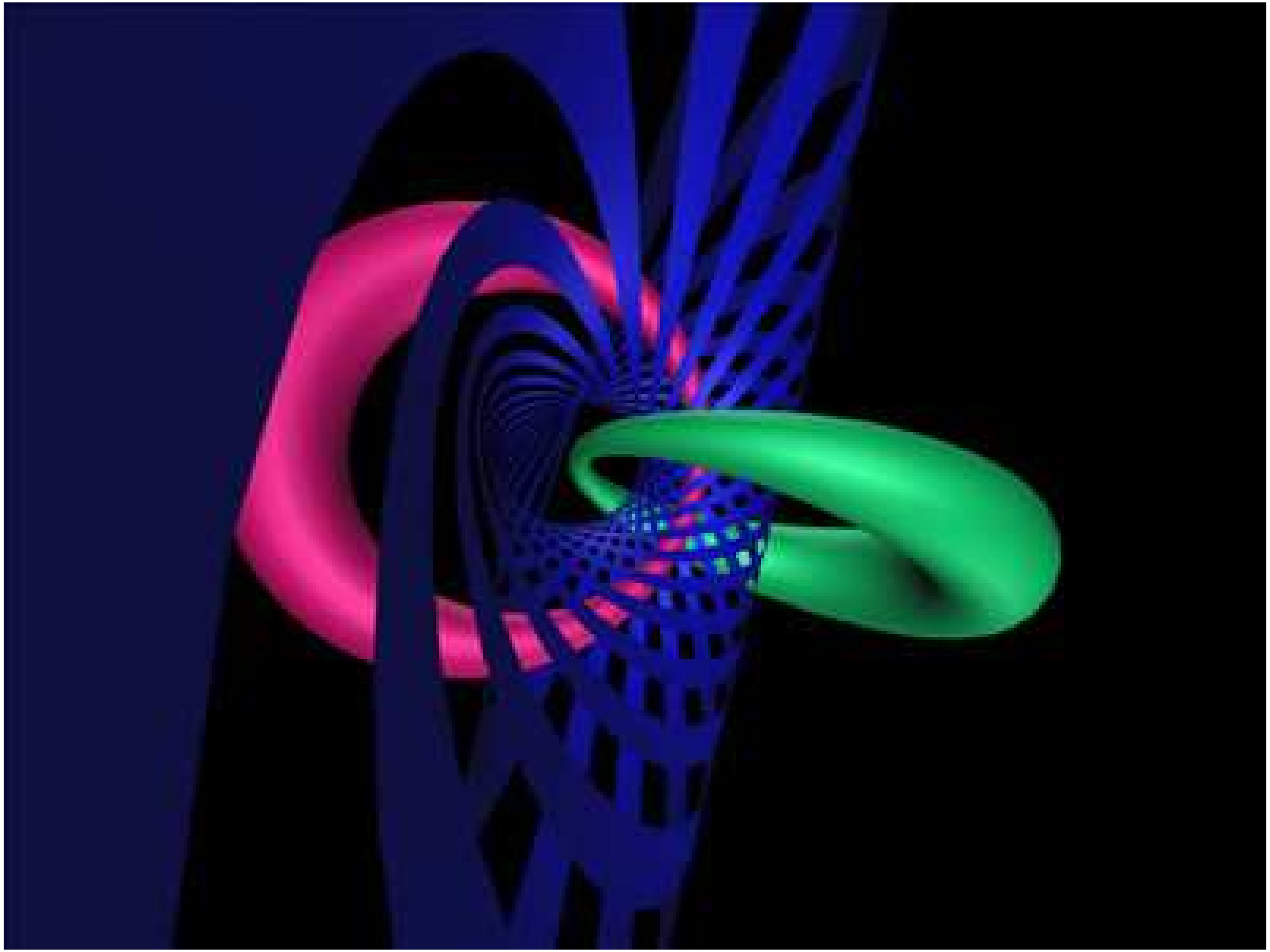
- Avant de quitter ces feuilletages, que j’appellerai des feuilletages fins, voici encore quelques exemples de ces feuilletages sur des objets également importants en mathématiques, les *tores*, matérialisés par exemple la sous forme d’anneaux, de chambres à air de vélos, de bouées de sauvetage, ou encore, chez nos amis pâtissiers, de donuts et de Paris-Brest !

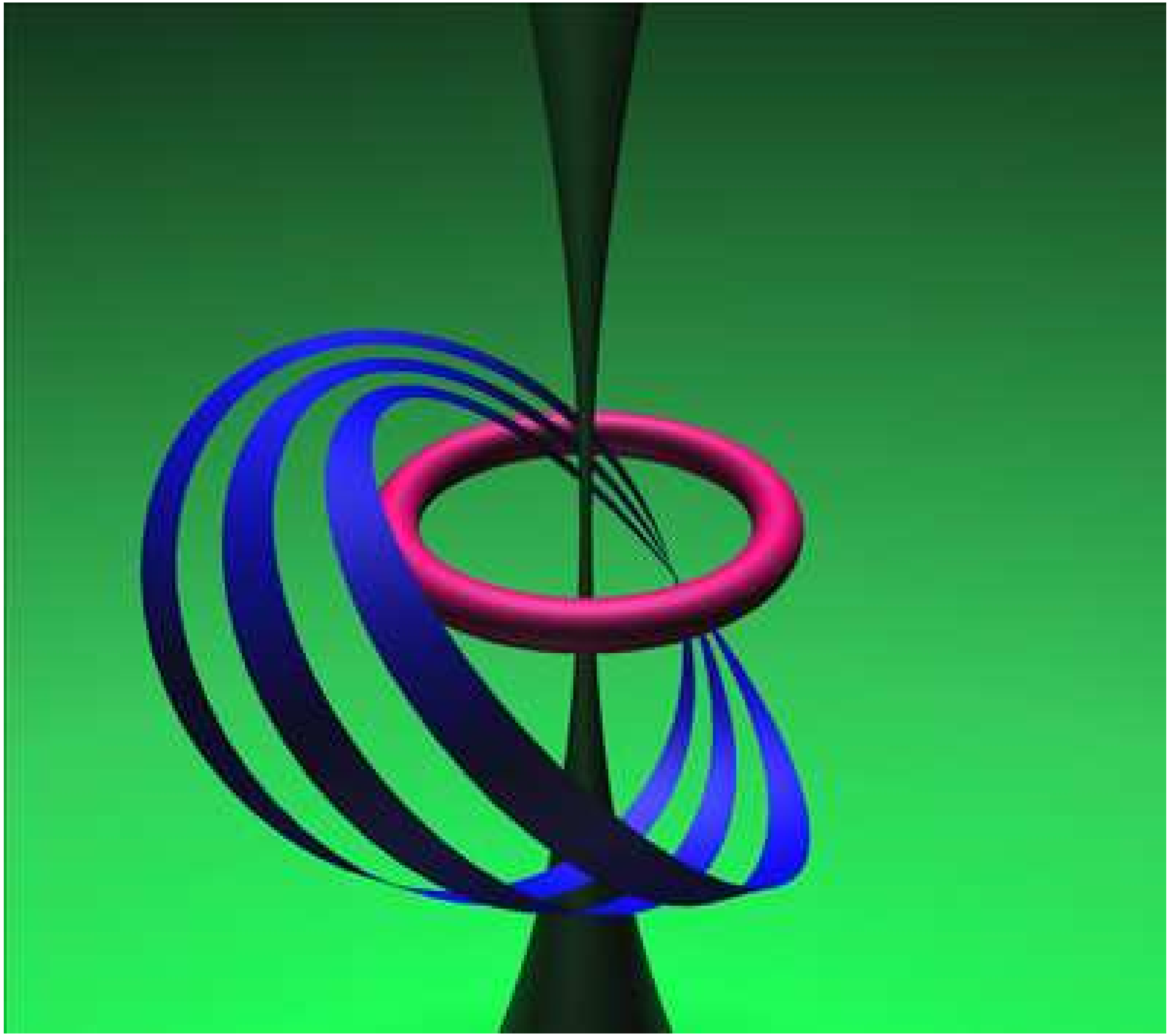
Mais voici d’abord quelques illustrations de tores faites par Tom Banchoff et ses amis.

Ces tores sont ici plus moins effilés, et enlacés.

Ils permettent de comprendre l’organisation interne de la sphère dans l’espace à quatre dimensions.

Ces tores sont creux. Un tout petit domaine du tore au voisinage d’un point est du genre disque plat, de dimension 2. Le tore est une surface de dimension 2.

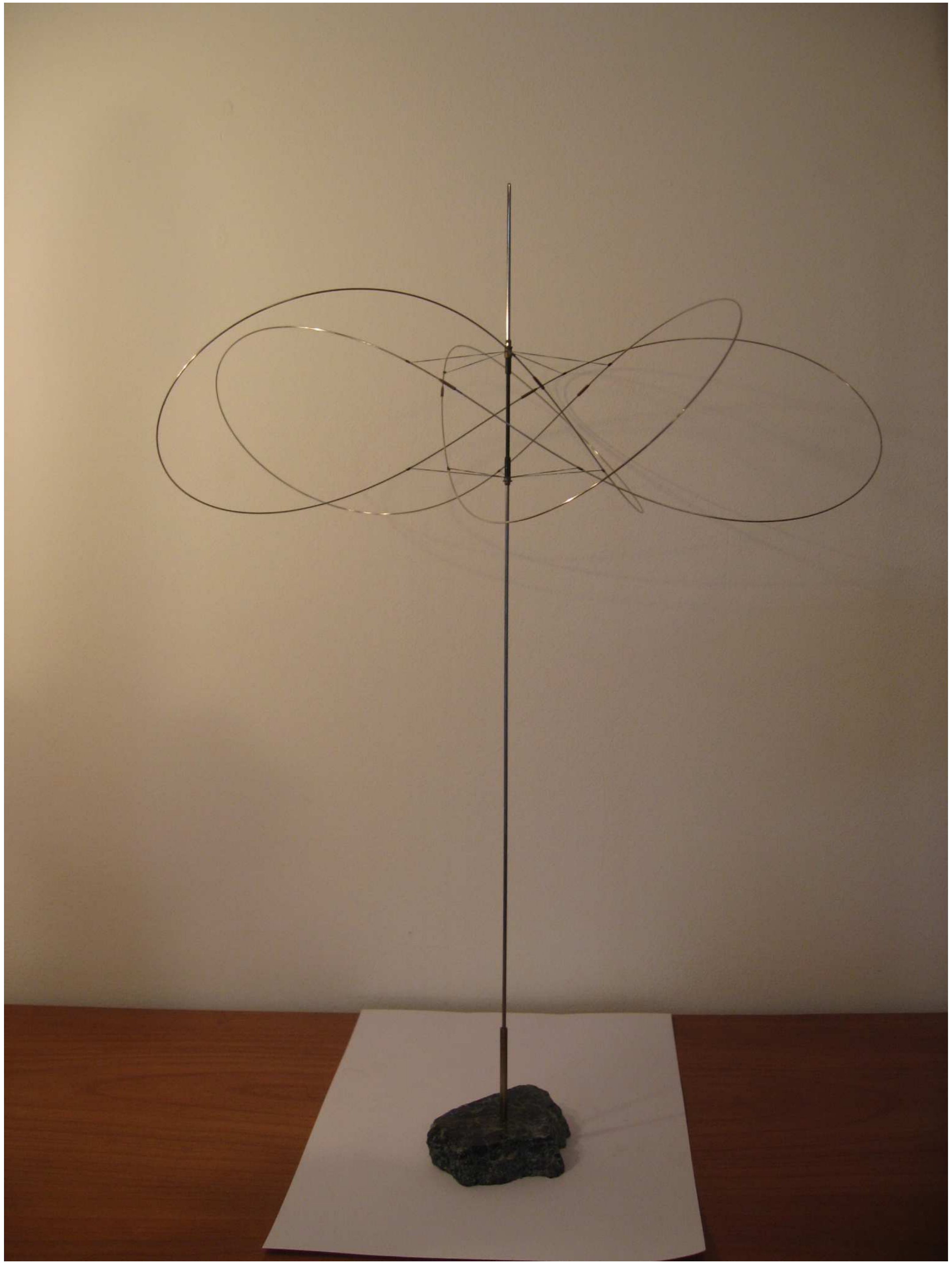




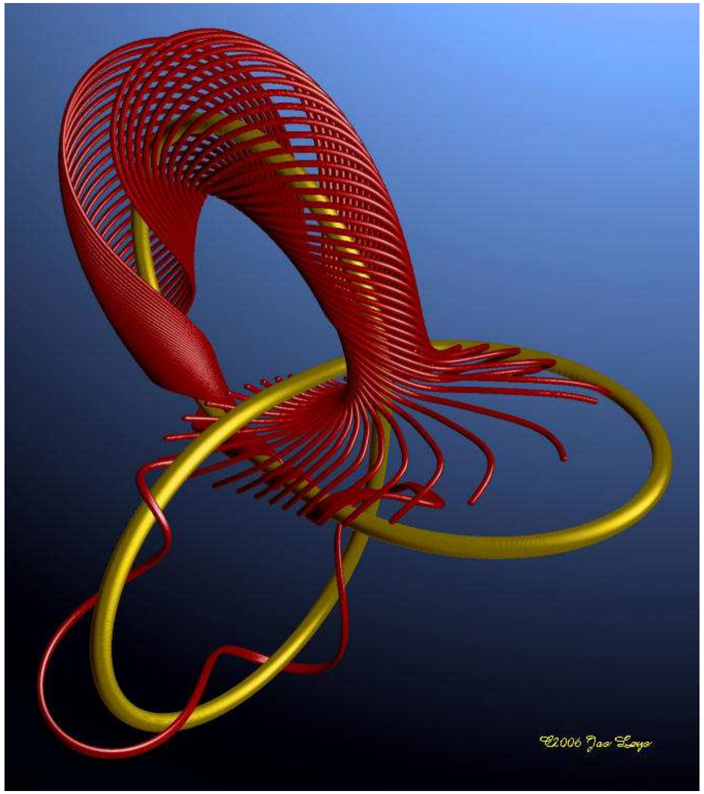
- Une courbe qui se referme sur elle-même, un fil dont les extrémités sont confondues, est appelée en mathématiques un *nœud*.

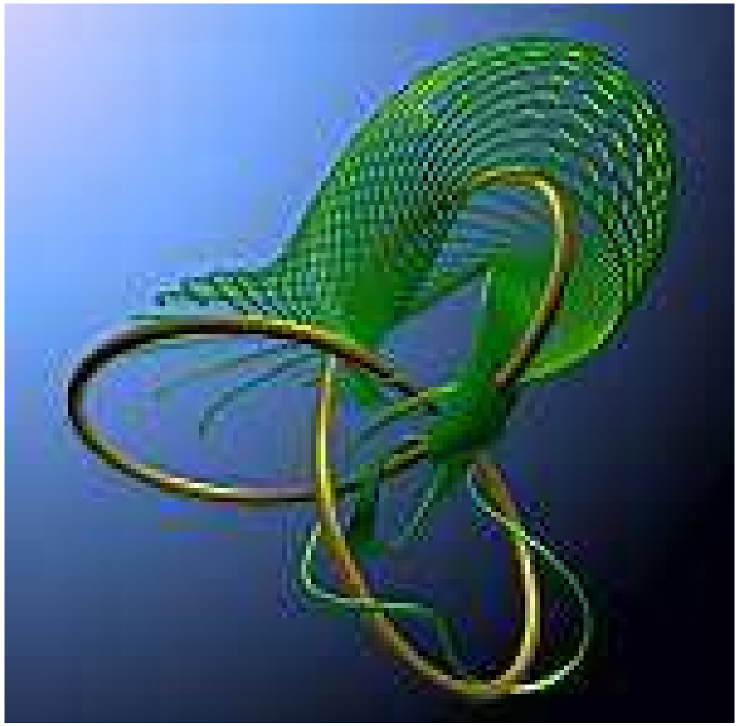
Avec cette définition, les cercles par exemple sont des nœuds, plats, fort simples bien sûr.

Philippe Rips a matérialisé deux nœuds un peu moins simples, un nœud à trois lobes, on l'appelle un *nœud de trèfle*, et un nœud à cinq lobes :



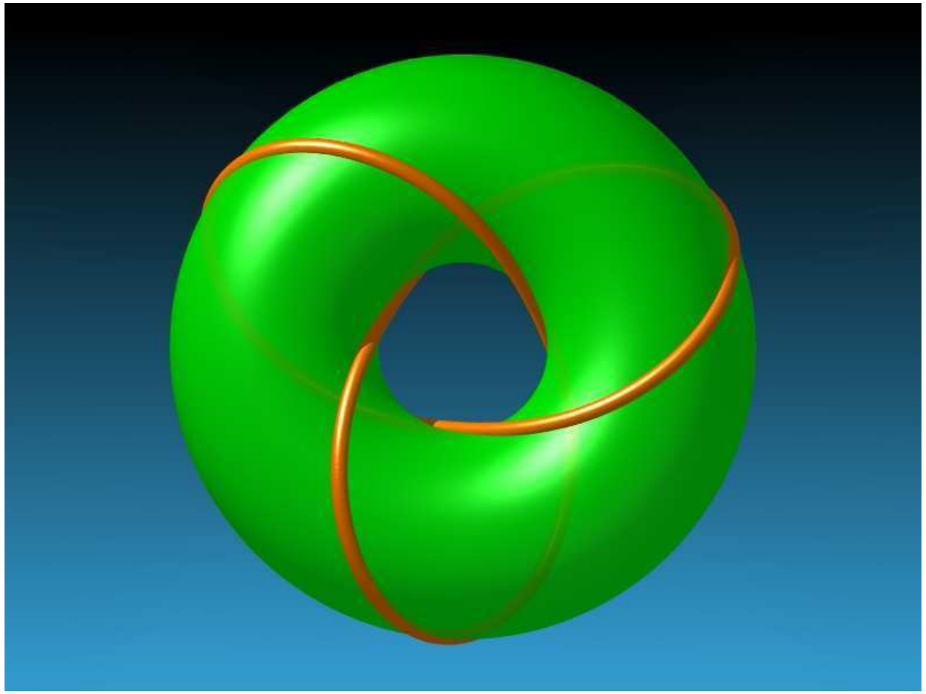
- Les deux belles images qui suivent, calculées par Jos, montrent un nœud de trèfle en or, autour duquel viennent s’enrouler des fils rouge ou vert.

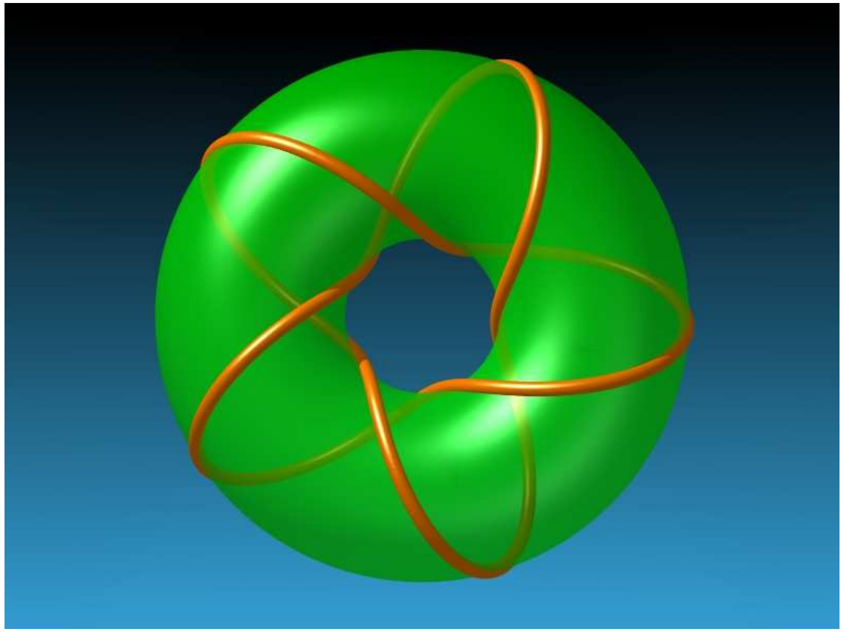

©2006 Jos Leys



- Si l’on fait tourner très rapidement par exemple le nœud pentagonal autour de son axe de symétrie, on a l’impression de voir un tore en brillance.

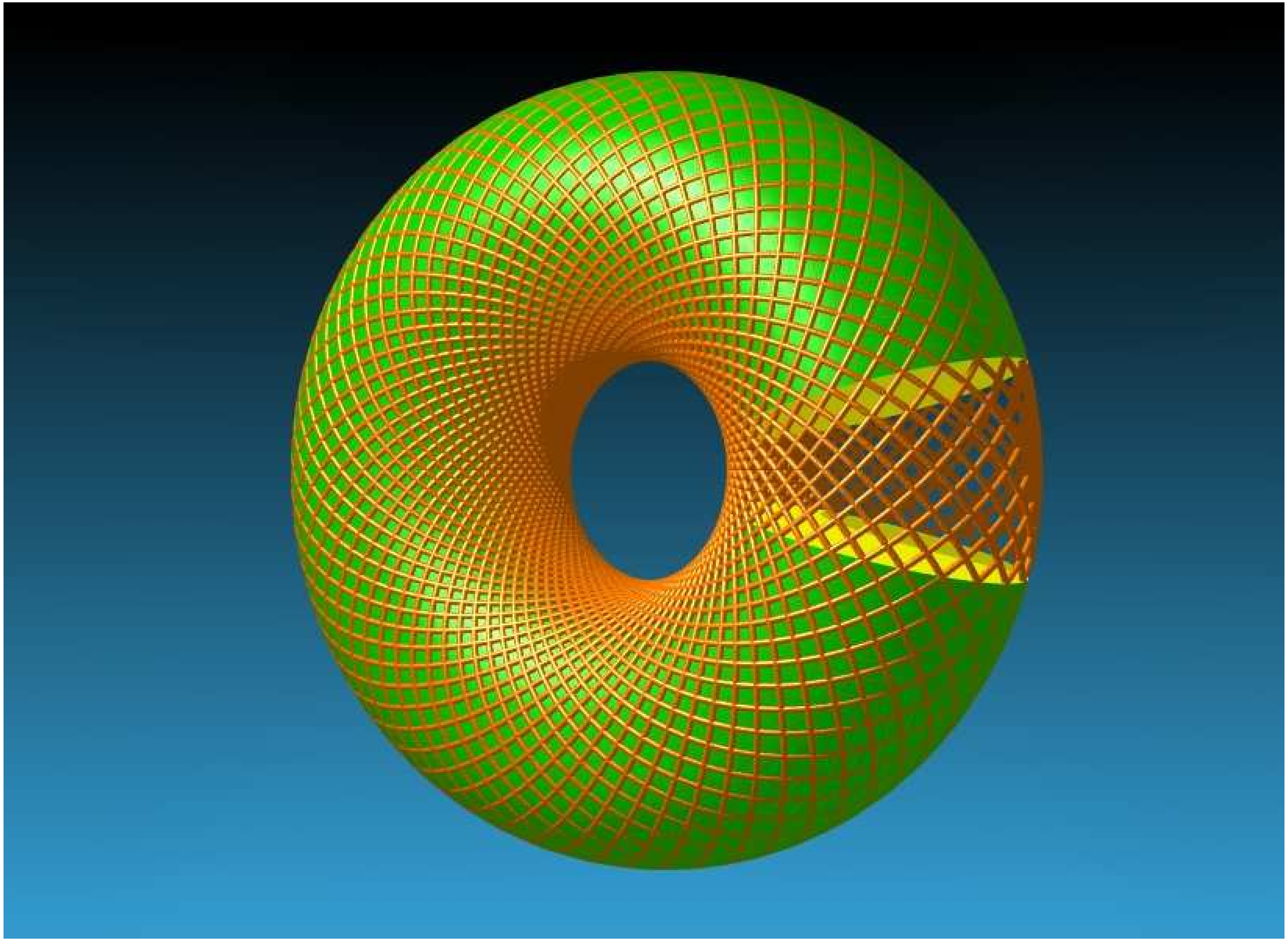
Sur ce tore, on peut enrouler ces nœuds réguliers de trèfle et pentagonal. Les images sont de Jos Leys.

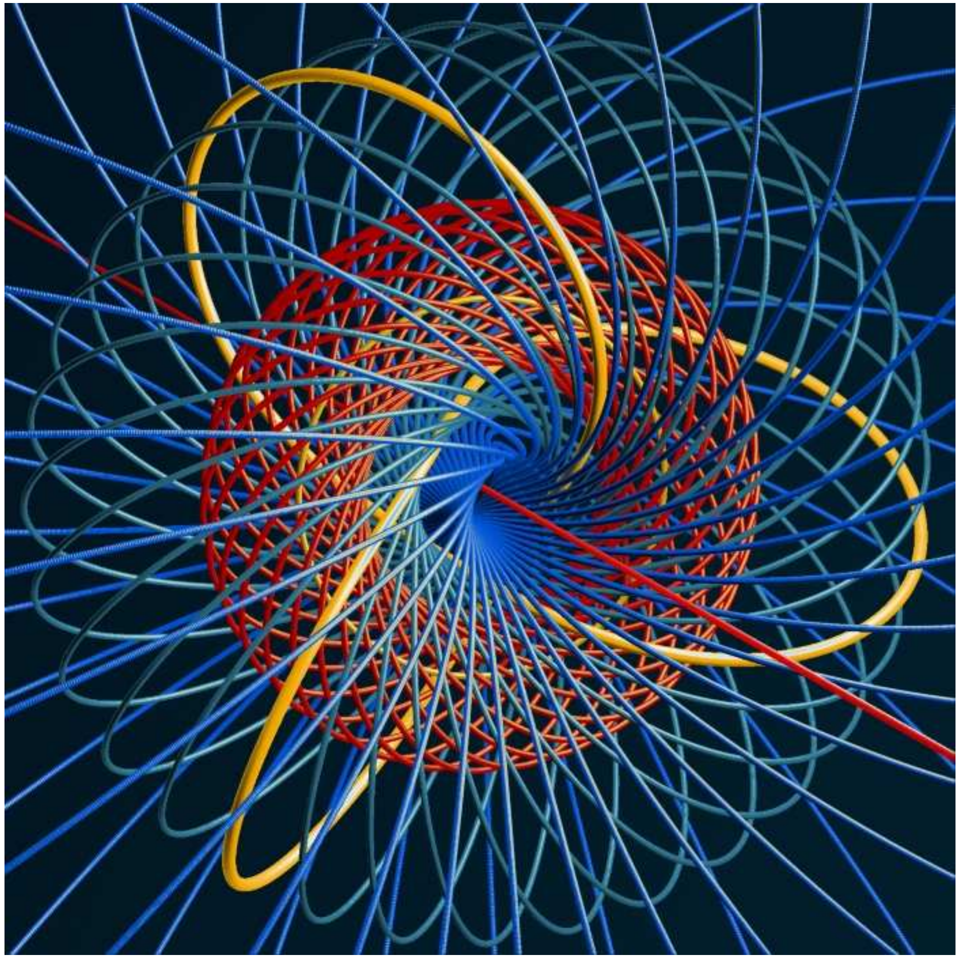




On peut plus généralement les feuilleter avec ces nœuds.

Voici, toujours de Jos Leys, deux images montrant un début de feuilletage, en fait de deux feuilletages sur le même tore, orthogonaux l'un à l'autre.





- Dans les feuilletages que nous avons considérés jusqu’à présent, on pourrait les appeler des *feuilletages fins*, il faut insister sur le fait que les feuilles sont toutes infiniment minces, nous sommes ici dans la fiction mathématique.

- Mais dans la réalité physique, mais aussi dans une autre réalité mathématique, les feuilles prennent de l'épaisseur, on les appellera alors des **feuilles épaissies** ou **plaques** (comme les plaques de chocolat pour rester dans la pâtisserie, on aurait pu aussi les appeler des crêpes !).

Les dessins et images précédentes donnent en fait des exemples de feuilletages plus grossiers auxquels on pourrait donner le nom de feuilletages ou de découpes en plaques.

Nous allons voir comment les fabriquer.

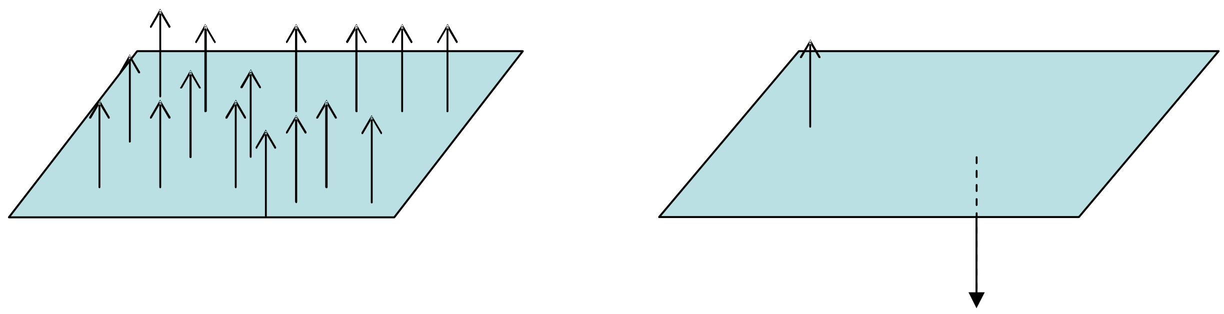
La Fabrication des Plaques

La fabrication d’une plaque par le mathématicien est très précise.

Il prend une feuille, et étire chaque point de la feuille dans une direction donnée et d’une longueur également donnée.

Il représente cette opération en un point par une flèche appelée vecteur: il donne la direction et la longueur du *déplacement* du point donné.

Voici des exemples de vecteurs de déplacement :



Chaque vecteur ressemble à une tige de blé. En chaque point de la feuille se trouve une telle tige, un tel vecteur : tous ces vecteurs forment un

champ de vecteurs

défini sur la feuille.

- Dans le monde physique local, beaucoup de manifestations sont réversibles.

Si on peut étirer la feuille dans un sens ↗, on se place ici dans la situation très fréquente où on peut l'étirer dans le sens opposé ↙.

La nature répète les opérations offrant des propriétés de stabilité. Par exemple, après un premier étirement, on peut en répéter un second, donnant naissance à un étirement plus important que le premier, et qu'on appellera *l'étirement résultant ou somme* des deux étirements successifs.

Avec ces deux propriétés, on peut ajouter à un étirement (vecteur de longueur donnée) un autre étirement de sens opposé. S’il a même longueur que le premier, l’étirement somme sera nul:

$$\nearrow \quad + \quad \swarrow \quad = \quad \vec{0}$$

notant par $\vec{0}$ l’étirement nul ou encore l’absence d’étirement.

En résumé, ce groupement d’objets, ce groupe de vecteurs est caractérisé par les propriétés suivantes :

1- on peut ajouter deux vecteurs (d’étirement) pour en obtenir un troisième.

2- figure un *vecteur dit nul*, correspondant à l’absence de déplacement.

3- tout vecteur possède un opposé, encore appelé son *symétrique*, la somme des ces deux vecteurs étant nulle.

On peut également remarquer :

que la combinaison (l’addition) de l’étirement nul avec un étirement donné ne change rien à celui-ci,

qu’il revient au même d’associer par addition un troisième vecteur à la somme de deux premiers, que d’associer par addition le premier à la somme des deux restants   [(v+v’) + v’’ = v + (v’ + v’’)].

- Terminologie : On dit que cet ensemble d’étirements, de déplacements, de vecteurs, structuré par les propriétés que l’on vient de reconnaître, possède la *structure de groupe*.

Revenons au pâtissier :

Il prépare la pâte qui se présente d’abord comme un parallélépipède. Puis il l’aplatit : il lui fait subir un étirement dans un sens que nous appellerons négatif, représenté par un vecteur v. Il peut renouveler cette opération (aplatissement nouveau v’), et obtient ainsi un aplatissement v + v’.

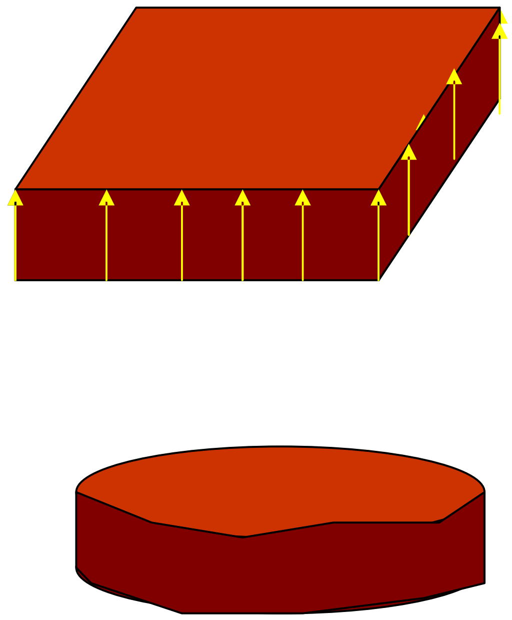

- Lorsque la pâte est devenue feuille, le pâtissier la plie et la replie, jusqu'à obtenir son millefeuille.

- Il existe une autre opération, dite *transformation du boulanger*, pratiquée tant par le boulanger que le mathématicien : elle consiste, après repliement, à aplatir à nouveau la pâte.

- Au bout d'un certain nombre d'opérations, le boulanger obtient une pâte dite brisée.

  Au bout d'un nombre infini d'opérations, le mathématicien obtient un ensemble totalement discontinu formé de points.

- Revenons à la fabrication des plaques. Nous dirons qu’une plaque est <u>régulière</u> si elle est définie par l’action d’un champ de vecteurs (de déplacement) tous identiques :



Découpe et Décoration

des

Plaques & Gâteaux

Evidemment, la découpe des plaques et des gâteaux est liée à la question de leur partage entre gourmands.

Pour éviter les tensions, on aura tendance à faire en sorte que les parts soient à peu près égales. Il arrive quand même que certains veulent de grandes parts…

On distinguera deux sortes de parts :

- Celles qui ont toutes la même forme sans forcément avoir les mêmes dimensions
- Celles qui, en plus d’avoir la même forme, ont les mêmes dimensions

Vocabulaire :

Dans tous les cas, une part sera aussi appelée un *motif*, ou un *pavé*.

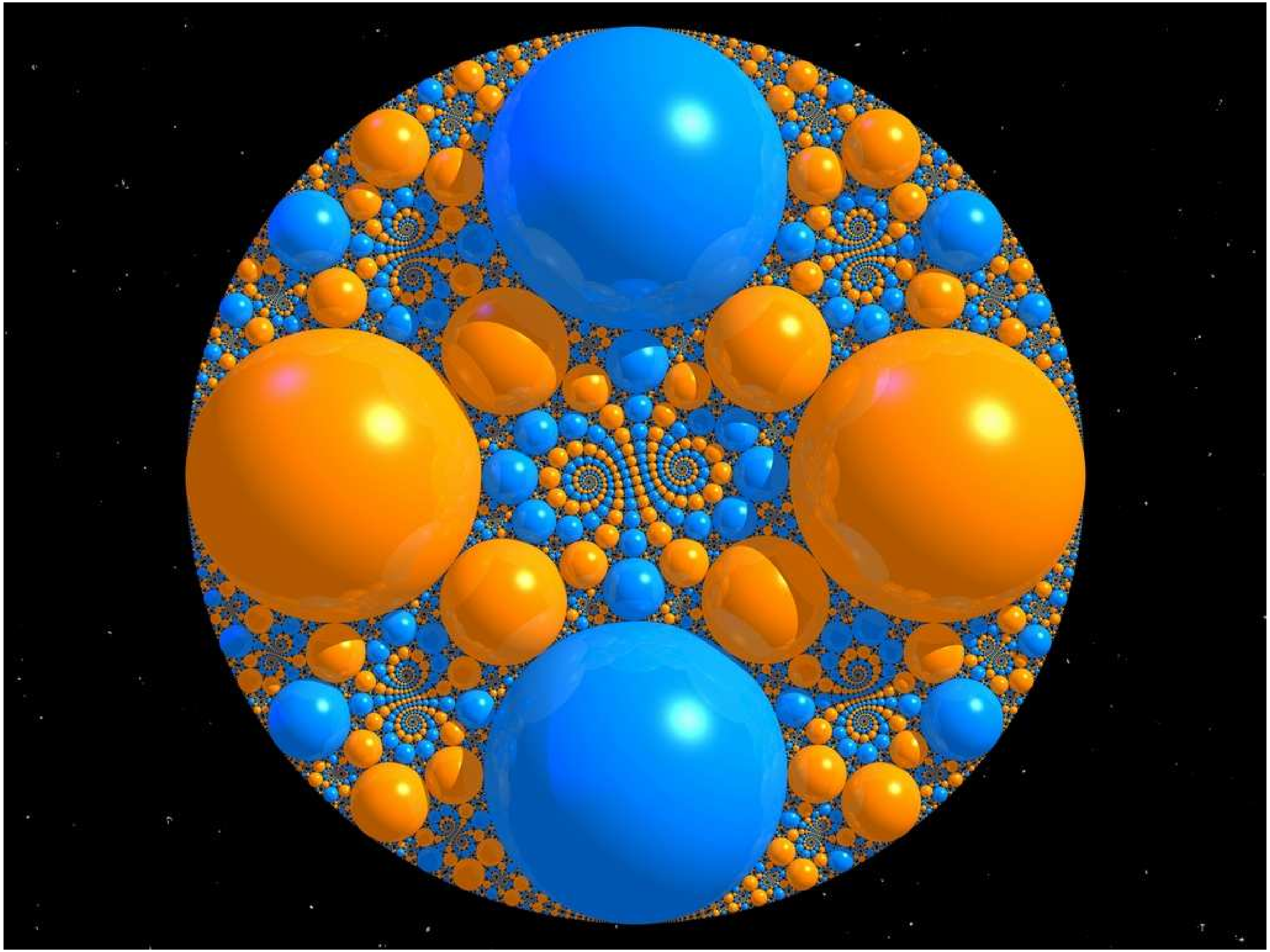
Une découpe sera également appelée un *pavage*.

Lorsque la découpe est faite de telle manière que les parts aient même forme sans avoir obligatoirement les mêmes dimensions, on dira que la découpe ou le *pavage* sont *topologiques.*

Lorsque les parts ont même forme et mêmes dimensions, la découpe ou le pavage sont

géométriques.

Quelques exemples

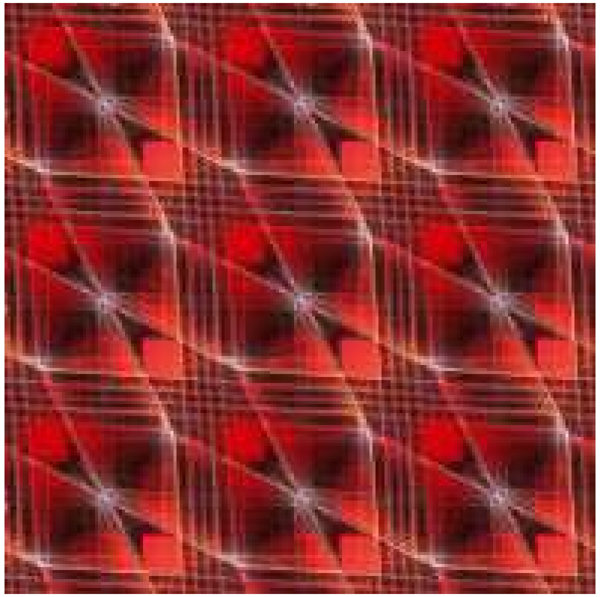


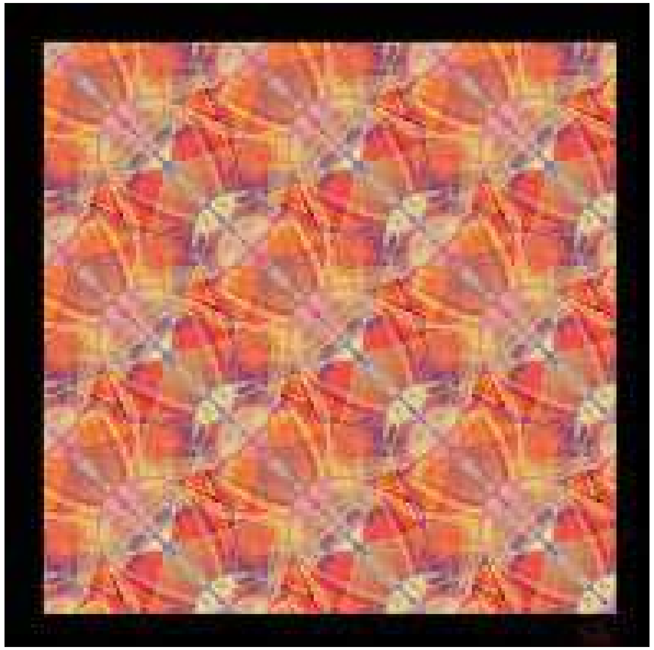
Le 1/15 cusp de Jos Leys, ne traduisez surtout pas cusp par coupe, à la rigueur par corne

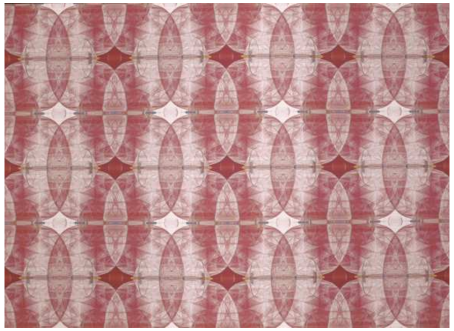
Dans l’image de Jos, tous les motifs ont la même forme d’un disque plat. Cette image illustre la résolution récente de la question posée par le grand géomètre allemand de la fin du 19e, Félix Klein: un tel pavage existe-t-il, le construire.

On remarquera la présence d’un motif global toujours présent mais diminuant de taille à chaque étape, et ainsi jusqu’à l’infini: on dit qu’il ya <u>autosimilarité, un caractère du monde fractal.</u>

Dans l’image suivante, on voit des pavages de carrés ou rectangles par des pavés de même type. Ici, la mathématique est toute présente, non évidente, dans la définition et la réalisation du motif, un travail non trivial donc de Mike Field.



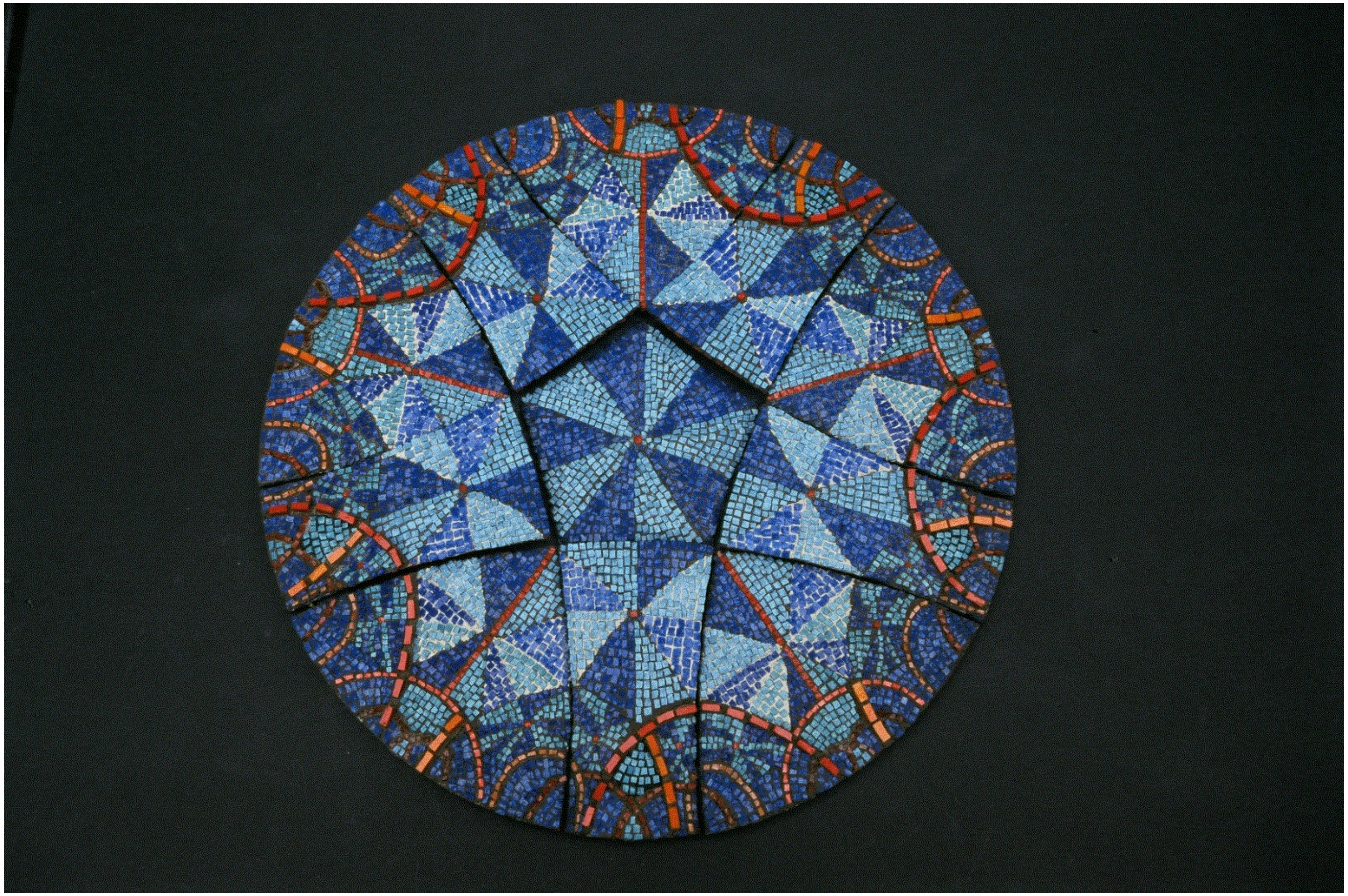


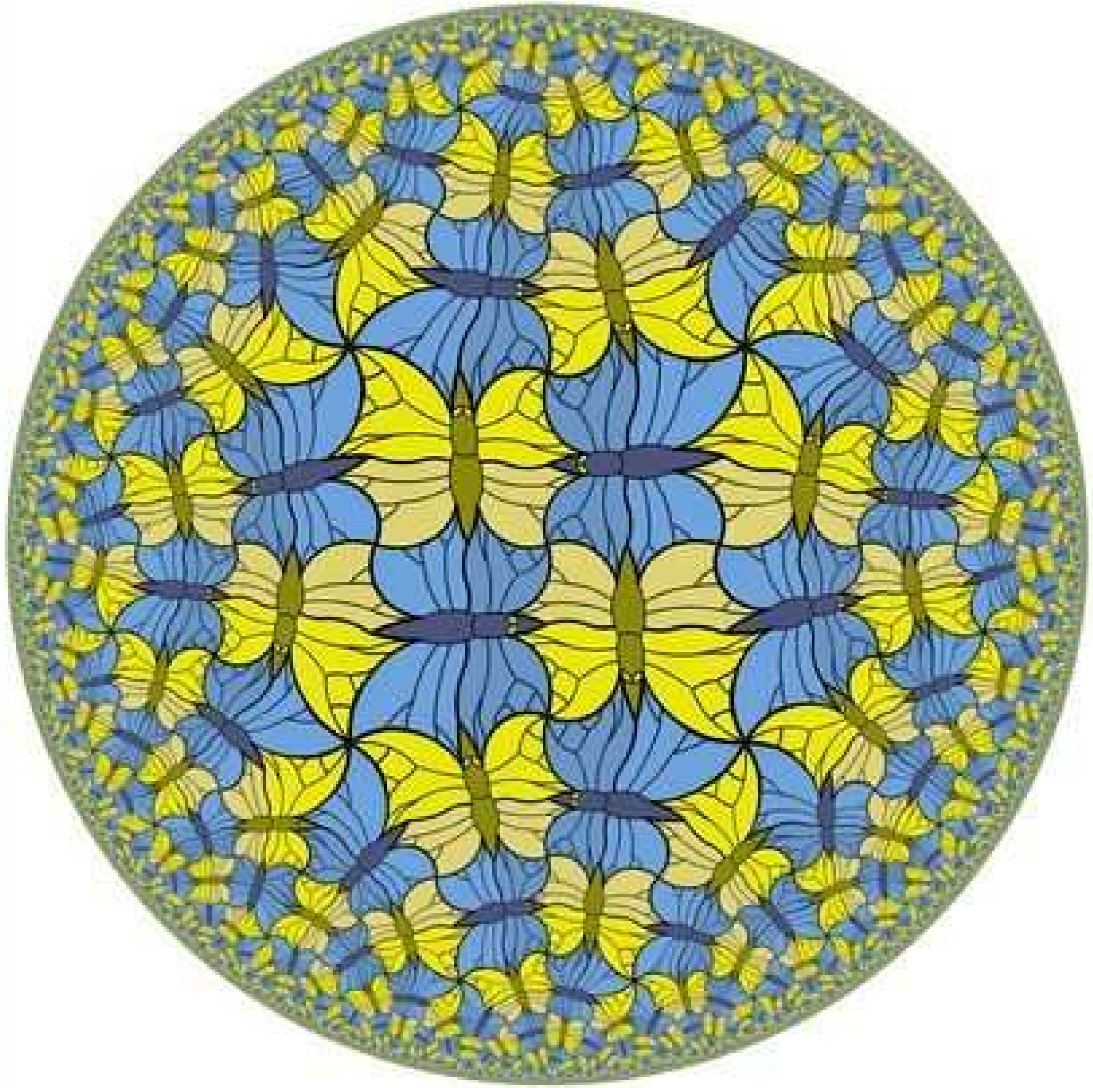


Les deux images qui suivent (Irène Rousseau, Jos Leys) nous montrent d’autres pavages à l’intérieur d’un disque.

Un pâtissier habile ne pourrait-il pas s’en inspirer ?

Mais quel travail en perspective! Etait quand même plus simple et rapide à réaliser le décor du millefeuille circulaire présenté dans la première image de ce texte.



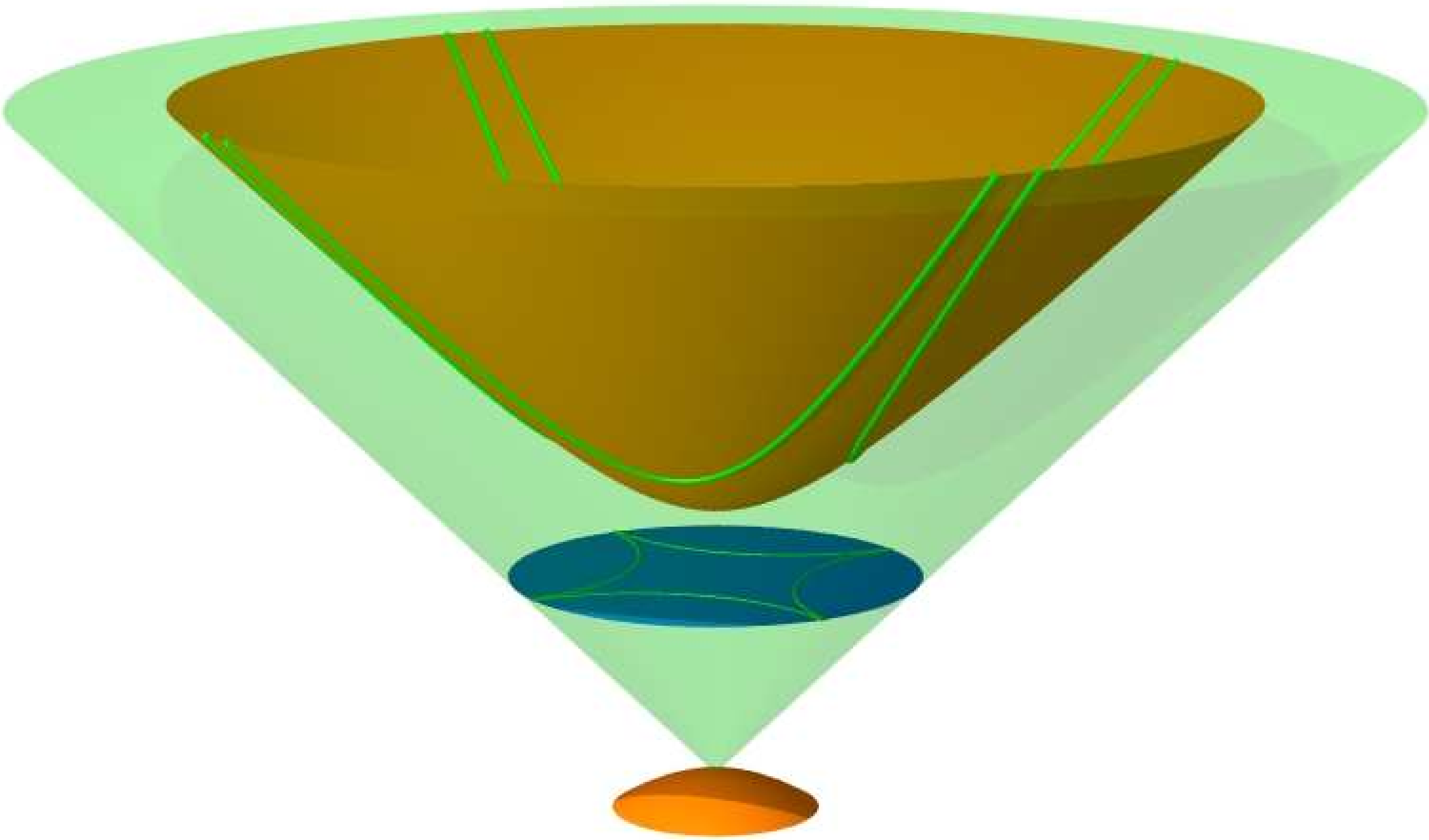


Avant d’aborder les décors simples, un mot sur ces deux pavages. Ils montrent,

sur un écran translucide,

posé sous un immense vase,

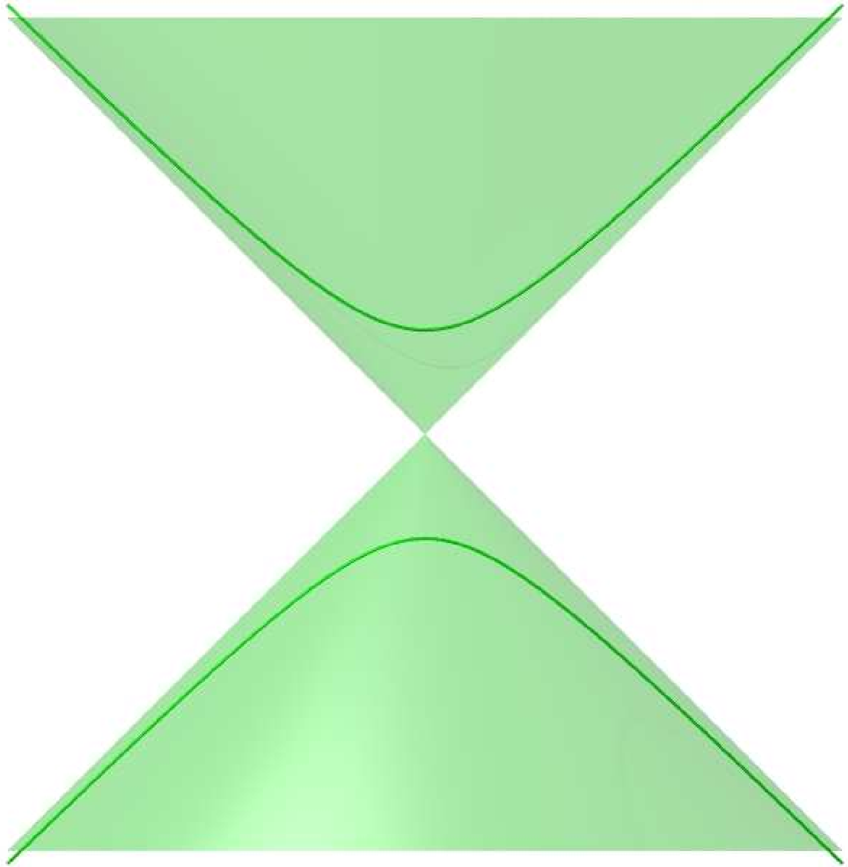
ce qu’on verrait du pavage peint sur le vase, l’observateur étant placé sous le vase.



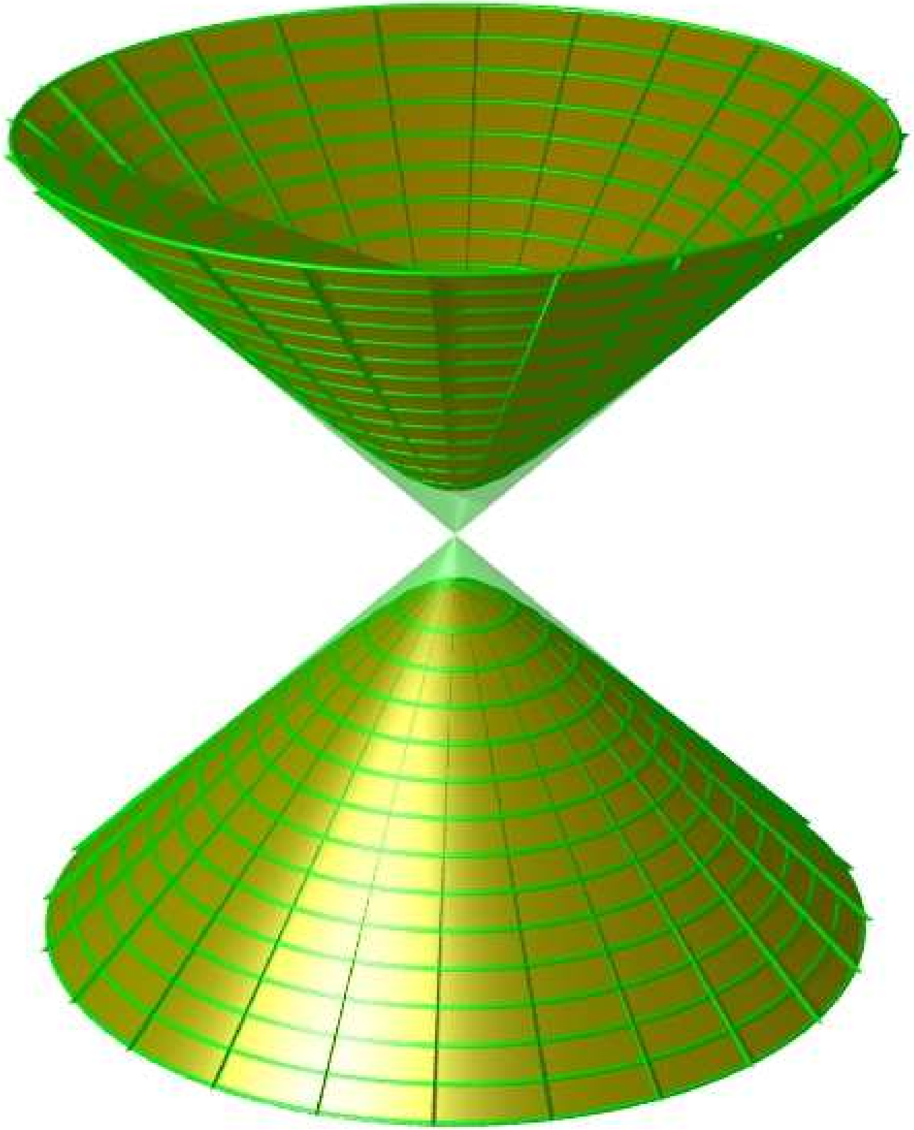
Mais comment un mathématicien va-t-il faire un vase ?

Il l'obtient en solidifiant la surface obtenue en faisant tourner au tour de son axe une hyperbole:

une courbe tracée sur cône à l'intersection du cône avec un plan parallèle à son axe.



(Dessin de Jos Leys, les suivants également)

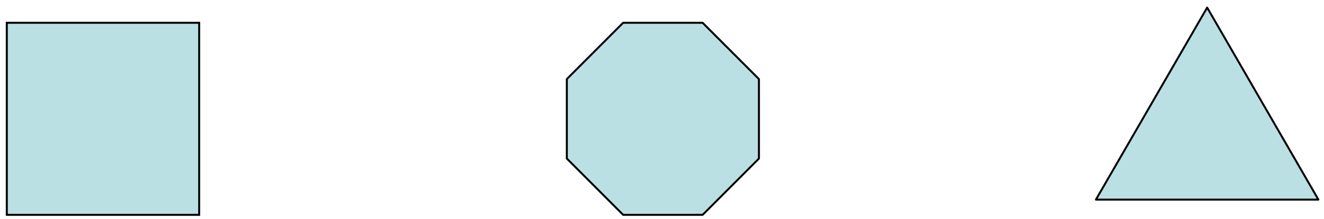


Une transformation, établie au 19e siècle par le mathématicien allemand Jacobi, permet de transformer le disque en un rectangle ou un carré, d'où ce tableau issu du précédent:

Quittons ces dessins un peu difficiles. Nous allons jeter un coup d’œil sur certains pavages sur les surfaces plus habituelles, planes: un sol, un mur, une plaque de chocolat bien sûr !

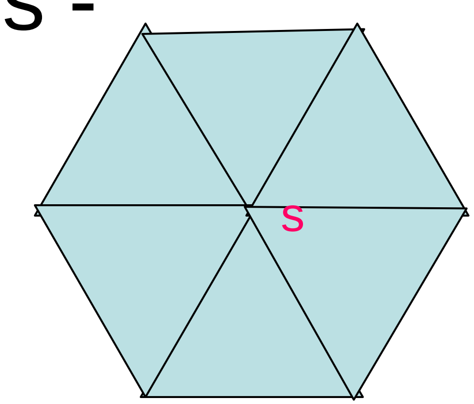
En toute chose, il faut commencer par les plus simples. Nous choisissons donc de voir s’il est possible de découper la plaque de chocolat en carrés, ou plus généralement en polygones réguliers égaux.

Ce qui caractérise entre autres un carré ou un polygone régulier est le fait que l’angle en chaque sommet du polygone a la même valeur α.



- Si en un sommet s, se rencontrent n polygones,

- on voit sur la figure 6 triangles équilatéraux se rejoindre en s -



la somme en s des angles de ces n polygones vaut 360°:

$$n\,\alpha = 360$$

de sorte que $\alpha = 360/n$

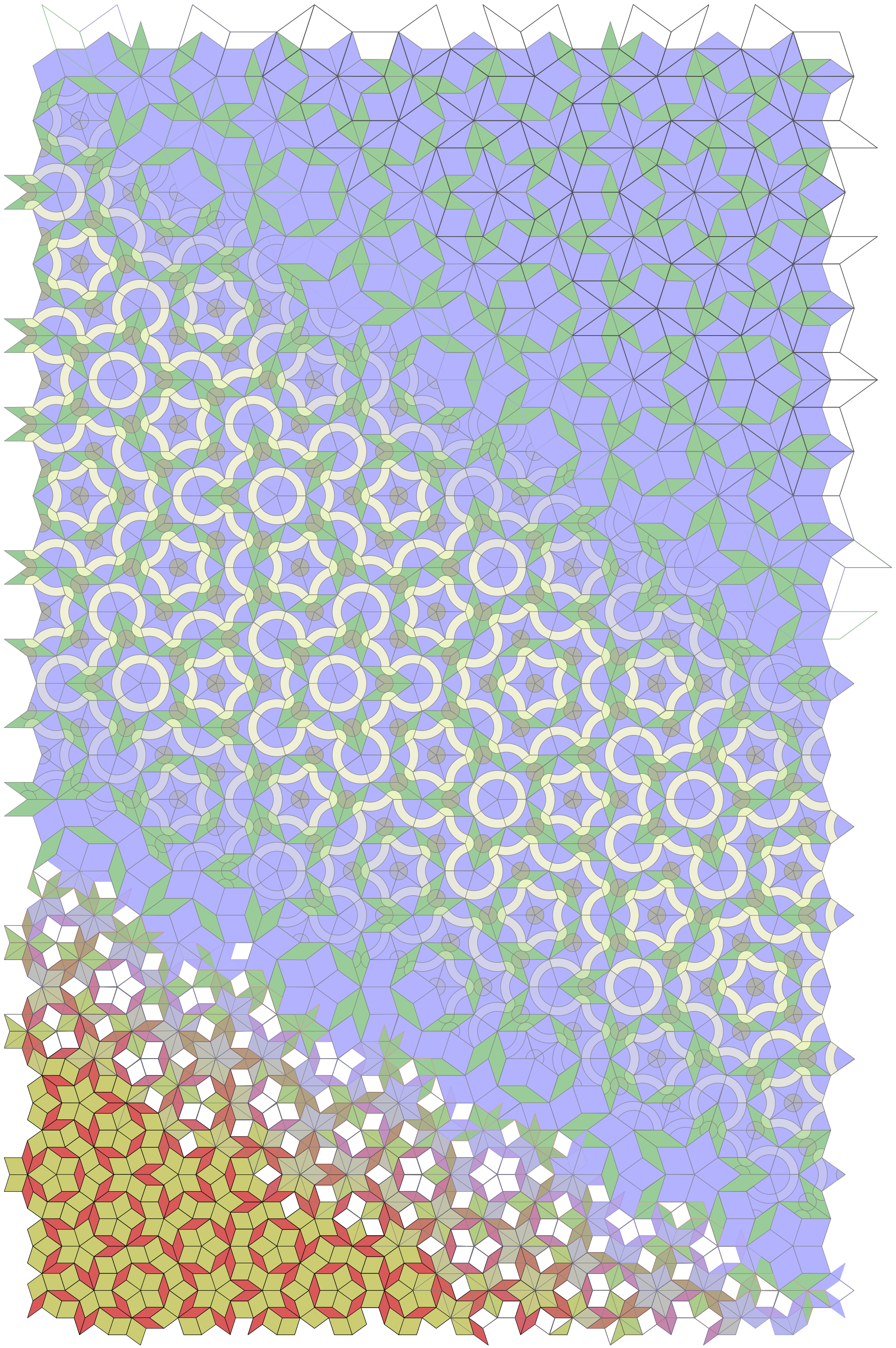
Cette relation montre qu’on peut remplir un plan avec des carrés ($\alpha = 90°$, n = 4)

des triangles équilatéraux ($\alpha = 60°$, n = 6)

des hexagones réguliers ($\alpha = 120°$, n = 3)

Mais sûrement pas avec des pentagones dont l’angle intérieur vaut 108°car 360/108 n ’est pas un entier.

Pour remplir le plan en utilisant des pentagones, il est nécessaire de faire appel aussi d’autres figures, comme le montre le tableau suivant, dû à David Austin, Bill Casselman et David Wright.



- La littérature consacrée à la théorie des pavages géométriques est très importante. On utilise beaucoup les symétries dans ces études. Et comme les ensembles de symétries ont la structure de groupe, la théorie mathématique des groupes est largement utilisée.

- On montre par exemple qu'il n'existe que 7 types de frises pouvant apparaître sur un plan, 17 types de pavages géométriques sur ce même plan, un résultat dû au mathématicien russe Fedorov en 1891.

- Allez sur google, consultez le site

  Les 17 types de pavage du plan **- Mathématiques magiques**

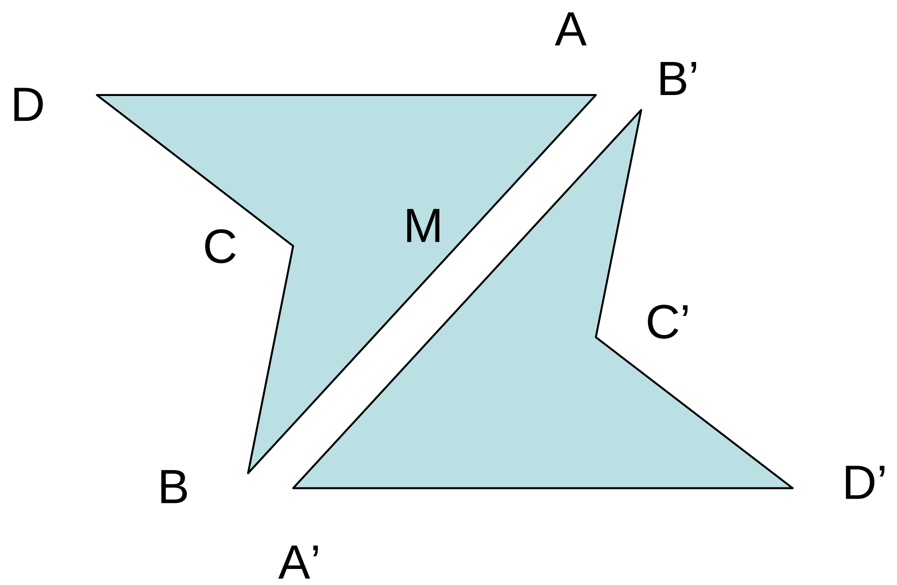
  *therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/.../**pavage_17_types**.ht...*

  admirez et amusez-vous !

Et maintenant, regardez :

Le secret du mathématicien en Pâtisserie

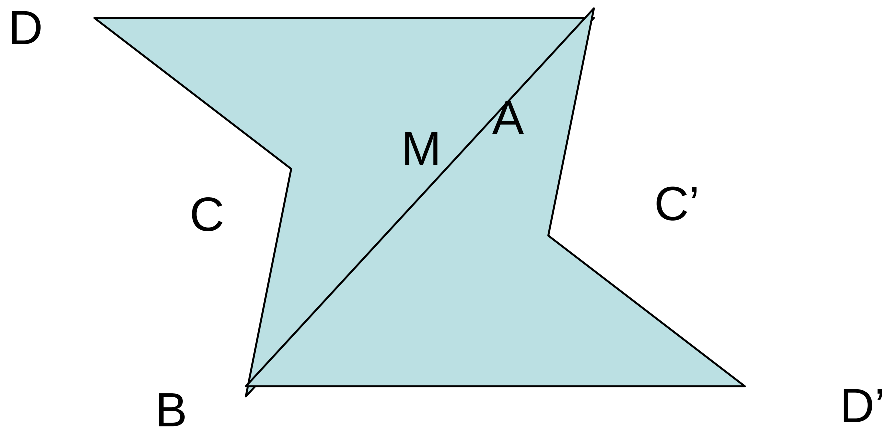
On peut dessiner sur une surface plane un pavage dont le motif est un quadrilatère quelconque !



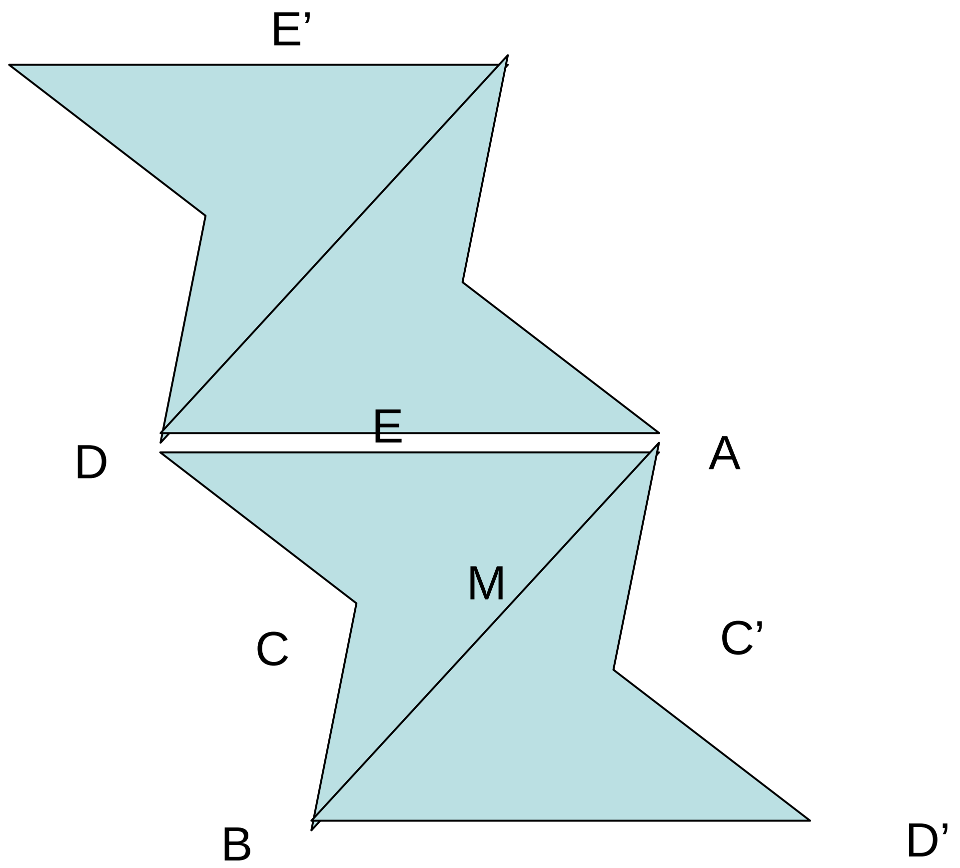
- Soit le quadrilatère ABCD. Si le plan est recouvert de tels quadrilatères, un voisin pourrait avoir un côté entièrement commun avec le quadrilatère donné.
- Accolons donc, pour voir, et par exemple, ABCD et A’B’C’D’, de manière que AB se confonde avec B’A’.
- De la sorte : ces deux côtés ont même milieu M

  et, puisque les angles en A et A’ sont égaux, les côtés AD et A’D’ sont parallèles.
- Il en est de même pour les deux autres couples de côtés opposés.
- On a créé un hexagone qui a donc M pour centre de symétrie.

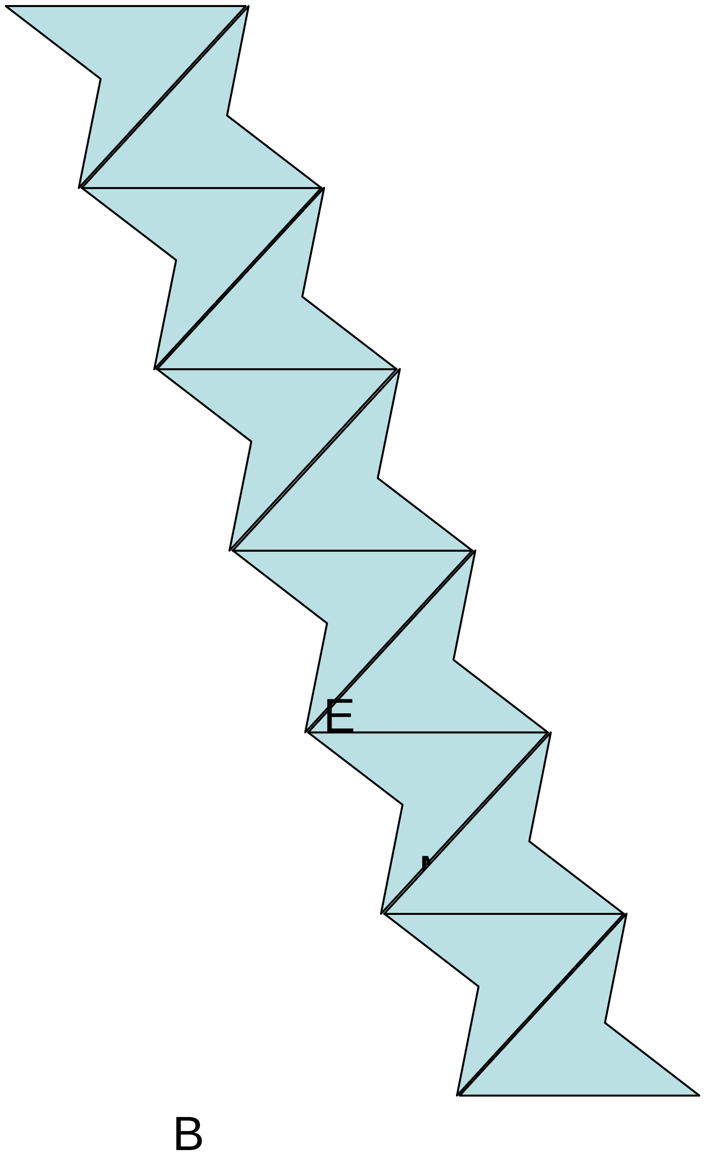
Ainsi, on a fabriqué le symétrique du quadrilatère par rapport à M, A devenant A’, B B’, M restant M. On a obtenu l’hexagone. AC’D’BCD.



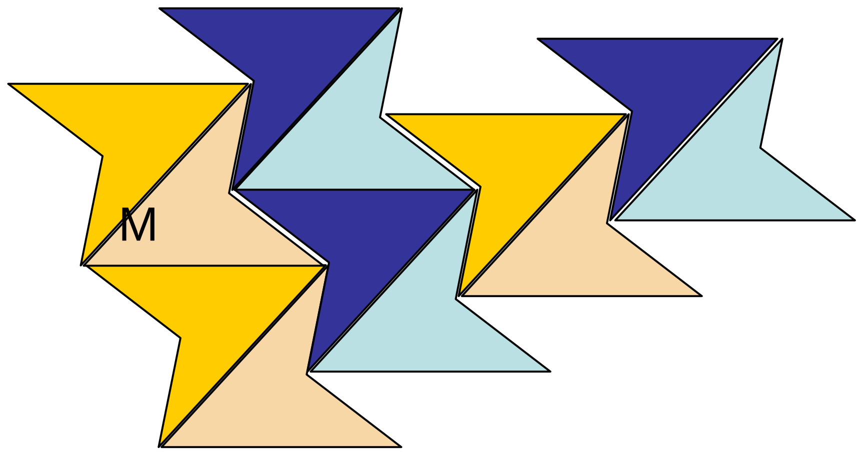
En effectuant une suite infinie de translations de l'hexagone par symétrie par rapport au milieu E de AD par exemple, et de ses translatés E',



on construit une chaîne infinie d'hexagones dont les moitiés sont les quadrangles.



- On peut procéder de la même façon avec n’importe quel autre côté (ici le milieu de AC’) et ainsi parvenir à recouvrir le plan.



Le dessin de la diapositive 18 (respectivement 19) montre un empilement des quadrangles dans une direction que l’on pourra appeler une longueur (respectivement un largeur).

En empilant convenablement des feuilles pavées les unes sur les autres, dans le sens d’une hauteur, on fabrique une plaque qui peut être découpée en petits morceaux égaux, des petits cylindres dont la base est le quadrangle.

La BRIOCHE de BOY

- Les pâtissiers font des brioches principalement en forme de boule, de parallélépipède, de tore tressé ou non,

- On rencontre deux types de géomètres : les complets, et les incomplets ou intrinsèques ou topologues.
- Les complets prennent en compte, non seulement la forme, mais aussi les données métriques des objets, les distances d’un point à un autre.
- Les topologues ne s’y intéressent pas a priori, ce sont des propriétés plus intrinsèques, plus fondamentales qu’ils étudient.
- Ils recherchent des propriétés invariantes par déformation.

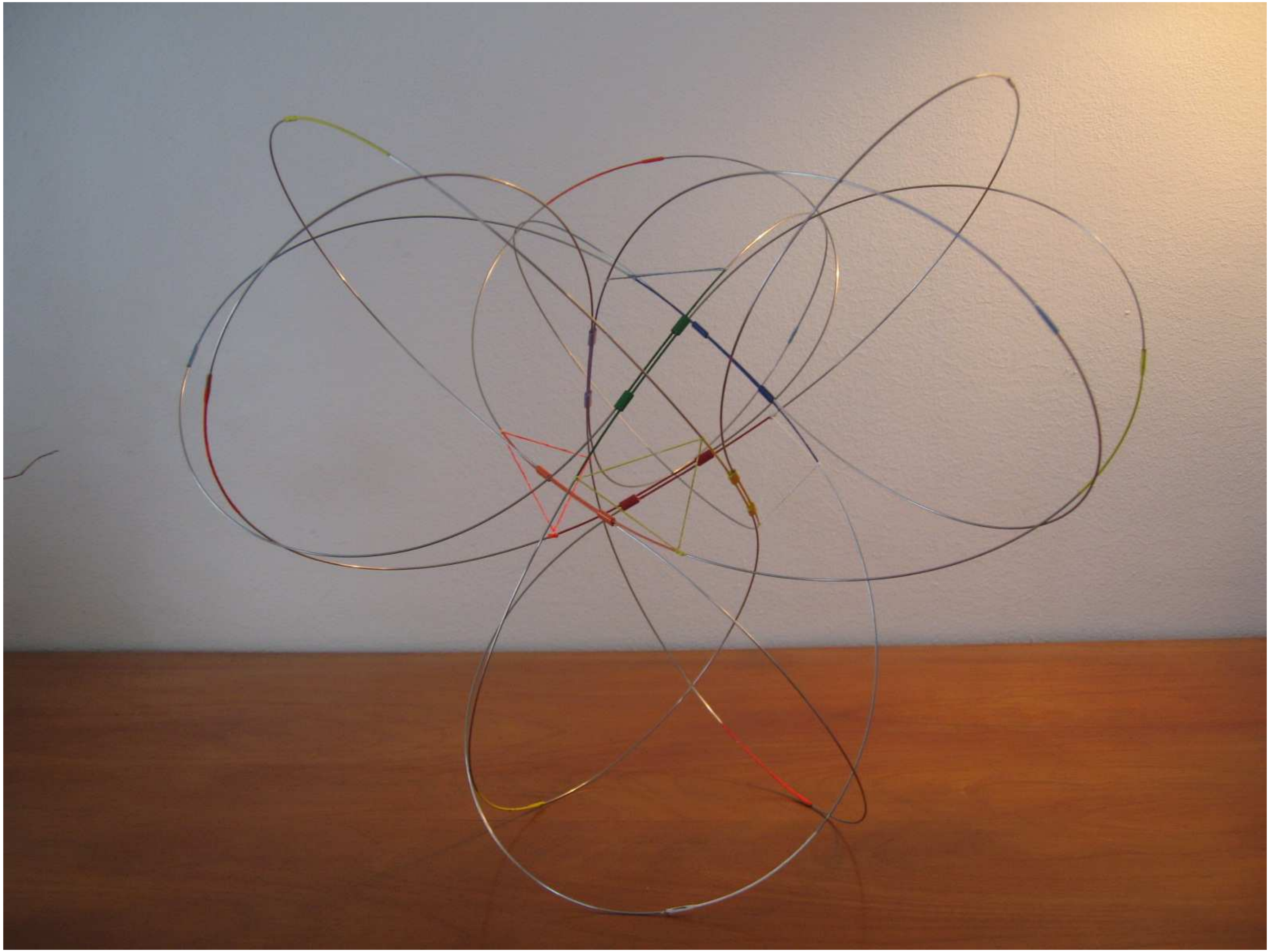
- Pour eux, il n’y a pas de différence entre la boule et le parallélépipède. On les construit de la même façon avec de la pâte à modeler.
- Par contre le tore présent un trou. Il n’est pas constructible à partir d’une boule par simple déformation. Il faut procéder à un collage supplémentaire. Le tore et la boule sont deux objets bien différents pour le topologue, et donc également pour le géomètre complet.

- Parmi les brioches, figurent les Kouglofs :

- Ils peuvent se présenter sous la forme de tores ou de boules

La partie visible d’un objet à trois dimensions que nous appelons un « volume », est la surface de cet objet, qui a deux dimensions, car localement, au voisinage d’un point courant, la surface est assimilable à une portion minuscule de plan.

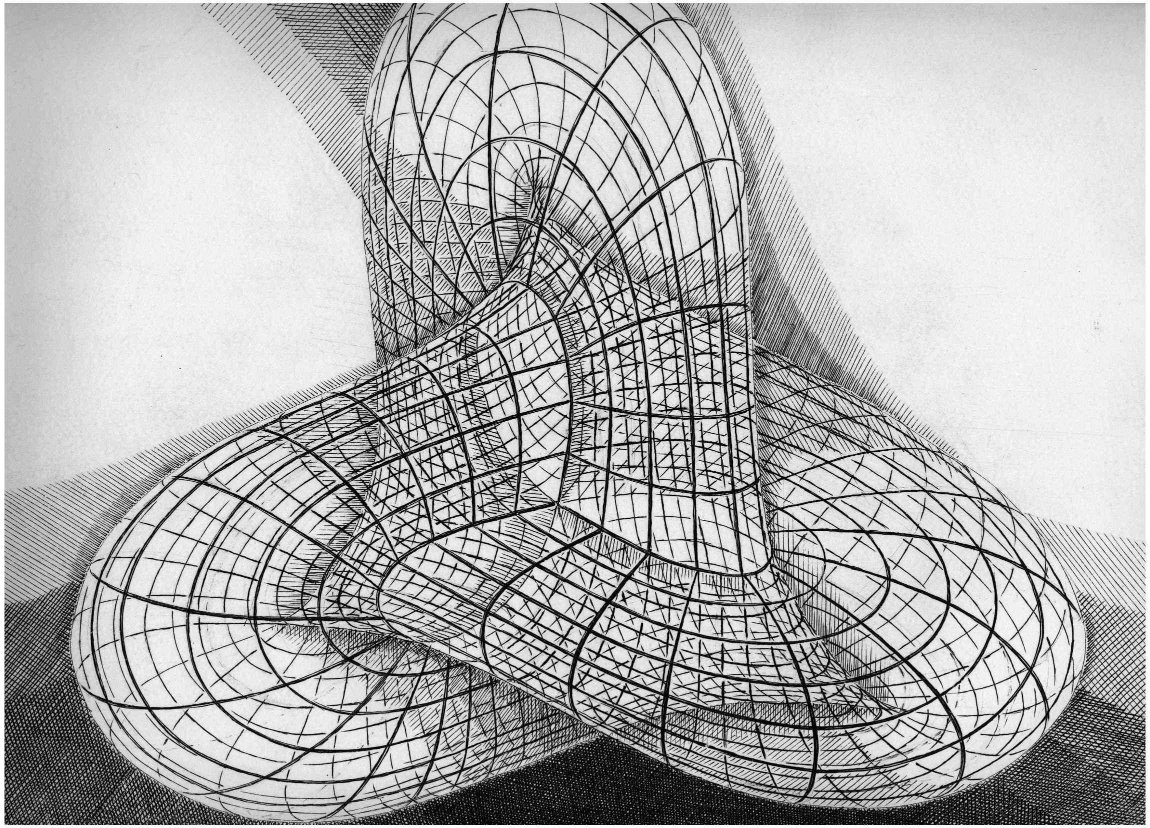
Nous vous proposons de déguster une brioche à la forme inhabituelle dont la structure interne peut, de façon partielle, être représentée par cet objet constitué de quatre nœuds de trèfle :

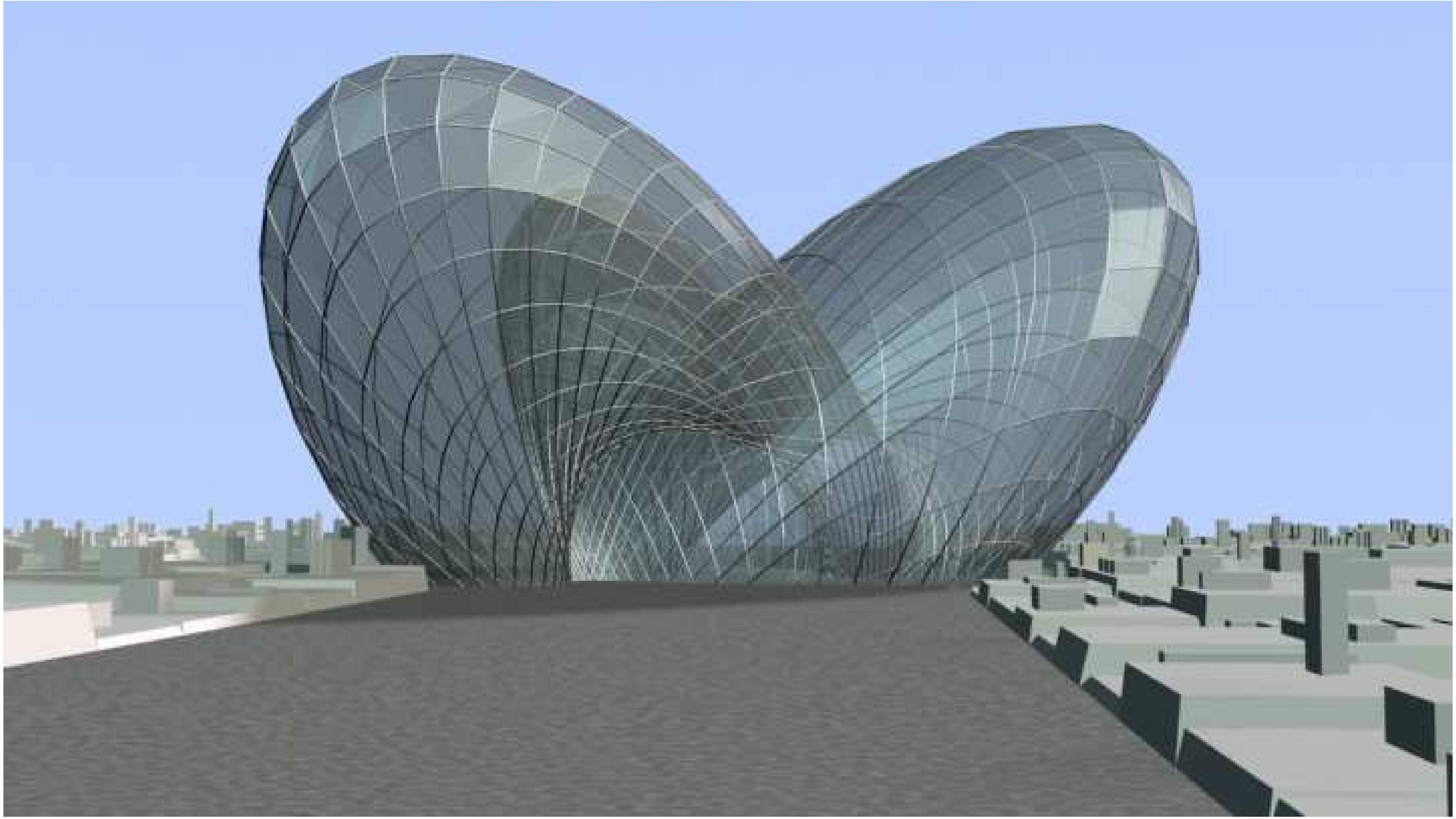


Nous l’appellerons Brioche de BOY !

brioche dont la surface peut prendre, par exemple, les apparences suivantes :

(en gravure par Patrice Jeener, en architecture par François Apéry)



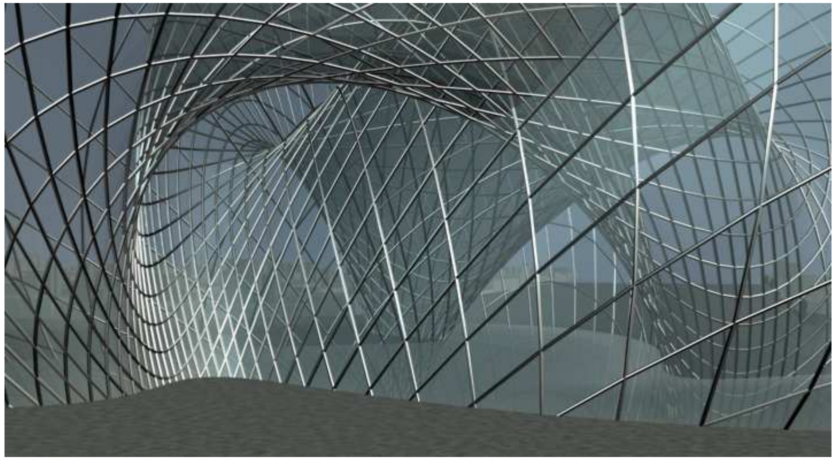


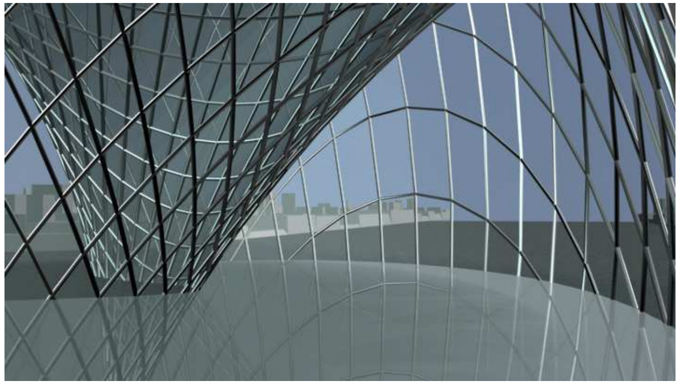
- On observera ici que cette surface (sauf au voisinage de ses points singuliers) est également pavée par un même motif à quatre côtés.
- Tous ces quadrangles n'ont pas la même superficie. Le géomètre complet s'interrogera peut-être :

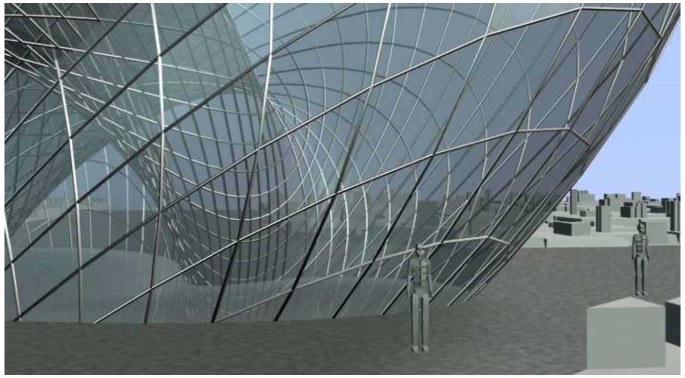
  à quelles conditions est-il possible de paver une surface par des quadrangles de même superficie ?

On pourra voir de manière un peu plus complète l’intérieur de la surface de la brioche de Boy dans un petit film réalisé par Christophe Delsart, visible sur

http://www.math-art.eu/videos/Presentation_Juin_v01-Demi.avi







La CONFRERIE des

PATISSIERS

MATHEMATICIENS

Gourmands

vous souhaite un agréable voyage au pays des Merveilles Glacées, Millefeuilles au Chocolat, Marbrés et Sablés, Pavés fondants, Brioches inattendues,

et autres Délices