# LE KANGOUROU MERVEILLEUX

Claude-Paul BRUTER

**Dessin et illustrations**

Patrice JEENER

et

Jos LEYS

**Kangourou joue avec l'infini**

**Gravure de Patrice Jeener**

# Chapitre 1

# Bonjour Monsieur le Prince

Il y avait une fois, dans le lointain pays ensoleillé, au-delà des mers bleutées et des océans apaisés, un jeune kangourou tout souriant dont le nœud papillon rouge se détachait sur l'habit jaune qu'il portait. Il était prince des kangourous et aimait voyager.

A l'aurore il se levait, faisait ses ablutions et partait. Il aimait suivre les trajets que son ami le soleil éclairait. Sa route était celle des rayons lumineux qui le rendaient si joyeux. Il allait droit avec eux, tout en sautant, parfaitement heureux.

Tout en sautant, il comptait et riait. Il s'amusait. « Regarde, Soleil, disait-il : je fais deux petits sauts, tu vois, l'un après l'autre. Eh bien regarde encore, je sais faire un plus grand saut en arrière qui me ramène à mon point de départ ! »

Les kangourous ses sujets, qui sur son passage l'observaient, n'en croyaient pas leurs yeux. N'était-il pas le seul, l'unique, capable de sauter en avant puis de sauter en arrière, il était merveilleux ! Et un original : dormant la nuit alors que parents et autres kangourous dormaient le jour !

Le Soleil, son ami, sur son ordinateur tout neuf, relatait ces hauts faits. Pour être bref, n'était-il pas très occupé, et comme il ne savait pas très bien dessiner, représentait son kangourou en train de faire un petit saut par un dessin très particulier. Ce dessin, le voici : 1. Soleil disait qu'il s'agissait là d'un chiffre, ou encore d'un symbole, et l'appelait tout simplement « un ».

De nos jours, tous les petits enfants savent que le dessin 1 est une représentation de quelque chose, en particulier du prince des kangourous en train de faire un petit saut.

Notre kangourou faisait donc un petit saut 1 suivi dun autre petit saut 1, puis un grand saut en arrière qui le ramenait à son point de départ. Ce grand saut, le Soleil le représenta par un autre dessin, le chiffre 2. En même temps qu'il faisait le dessin de ce chiffre, Soleil prononça « deux ». Deux désigne ce dessin, ce chiffre 2.

Comme ce grand saut se faisait merveilleusement en arrière, pour le distinguer des petits sauts précédents qui se faisaient vers l'avant, Soleil fit précéder le chiffre 2 d'un autre petit dessin signifiant en arrière, que voici : $-$. Il appela ce nouveau symbole « moins ». Voilà : $-2$ représente un grand saut vers l'arrière.

Après être revenu à son point de départ, notre jeune kangourou, en grande forme, fit à nouveau un grand saut, un peu comme celui de tout à l'heure, mais cette fois-ci vers l'avant. Soleil le nota tout simplement 2.

Nous devons ici arrêter un moment notre histoire, car le téléphone sonnant, Soleil dut quitter son ordinateur.

# Chapitre 2

# Les dessins du Soleil

Lorsqu'il revint devant son ordinateur, Soleil vit le prince des kangourous en train de faire des sauts sur place. Il n'avançait pas, il ne reculait pas. Il riait.

Soleil nota par le dessin-chiffre 0 le saut sur place, ou encore l'absence d'avancée ou de recul accompagnant le saut sur place. Il appela ce chiffre « zéro ».

Puis Kangourou fit encore un petit saut suivi encore d'un autre petit saut.

Pour représenter la succession des deux petits sauts, Soleil chauffa davantage et dessina encore un autre symbole, une petite croix, + , qu'il dénomma « plus ». De sorte qu'il représenta :

- un saut sur place suivi par un saut sur place par le dessin :

$$0 + 0$$

- un petit saut suivi d'un petit saut par le dessin :

$$1 + 1$$

- un petit saut suivi d'un petit saut, suivi d'un grand saut en arrière par le dessin :

$$1 + 1 + (-2)$$

Ce qui fait aussi que notre petit kangourou est merveilleux, c'est qu'il est infatigable, mais vraiment infatigable. Il est capable de faire des sauts, sur place ou non, sans s'arrêter.

Il peut sauter comme :

$$0+0+0+0+...+1+1+1+1+0+1+...+2+2+0+1+(-2)+(-2)+1+...+$$

et cela sans fin. Même Soleil est ébloui !

Quand on dit plus, on fait une addition. Quand on dit moins, on fait une soustraction. On peut faire des additions et des soustractions sans fin.

Que tout ceci est fatigant ! Arrêtons-nous un peu avec notre ami le kangourou. Il y a justement sur notre route une marchande de glaces : allons nous rafraîchir ! Que préférez-vous : blanc, rose, vanille, chocolat ?

# Chapitre 3

# Le soleil se repose

Retournons-vite voir Kangourou. Tiens, il saute sur place, 0, et donc n'avance pas.

Cela donne idée : pourquoi ne pourrait-on pas dire que le dessin-chiffre 0 représente aussi la longueur du chemin parcouru par le kangourou quand il saute sur place ? Puisque, quand il saute deux fois à la suite sur place $(0 + 0)$, il reste sur place, 0, on peut dire que $(0 + 0)$ est comme 0.

De la même façon : quand il fait un petit saut, 1, il franchit un chemin d'une longueur déterminée. Ne pourrait-on pas dire que 1 représente la longueur du chemin attaché à ce saut ? Plus généralement ne pourrait-on pas dire que 2 représente aussi la longueur du chemin attaché à un grand saut ?

Et comme après avoir fait deux petits sauts consécutifs $(1 + 1)$, Kangourou revient à son point de départ par un grand saut en arrière, ne peut-on pas dire que $1 + 1 - 2$ est comme 0, et puisque $1 + 1$ est comme 2, que $2 - 2$ est comme 0 ?

Soleil ne dit pas comme, il dit « égal ». Egal c'est vraiment comme, c'est tout à fait comme. Et pour représenter « égal », il a fabriqué le symbole =.

Ainsi, dans son langage sur l'ordinateur, Soleil écrit, pour représenter à la fois les sauts et les déplacements de son ami Kangourou :

$$0 + 0 = 0,\ 1 + 1 = 2,\ 1 + 1 - 2 = 0,\ 2 - 2 = 0$$

Mais voilà que le téléphone sonne à nouveau ! Le soleil nous quitte, le ciel devient plus gris. Va-t-il pleuvoir, va-t-il faire nuit ?

Chut, avant de nous reposer, réfléchissons un peu.

Au fond, qu'a fait le soleil jusqu'à présent ? Envoyer de beaux rayons, et faire, comme tous les objets de la nature, des représentations de ce qui l'intéresse.

Qu'est-ce qu'une représentation : un dessin, une sculpture, un tableau, une image comme celle qui se crée en nous quand on regarde une poupée, une voiture, le chat. La représentation n'est pas en général identique à l'objet observé : le dessin 1 n'est pas le petit saut du kangourou ; ce que nous voyons de la voiture, cette image mentale qui en est la représentation, ne nous montre qu'une faible partie de l'objet et de ses propriétés.

Où Kangourou irait-il, comment se nourrirait-il s'il était totalement aveugle, s'il ne pouvait voir où se trouve sa nourriture, si donc ne s'était pas créée dans sa tête une représentation de son environnement grâce à laquelle il pourra maintenir sa stabilité dans l'espace, et à travers le temps ?

Il est temps d'aller dormir, et de faire, comme le prince des kangourous, de beaux rêves où l'on voit dans un ciel tout jaune, voler dans tous les sens, un étrange papillon rouge !

# Chapitre 4

# Madame Proxima avait téléphoné

Coucou, Soleil !

C'est sa voisine immédiate qui lui avait téléphoné. Soleil a des voisins et des voisines ? Mais oui, la plus proche s'appelle Madame Proxima Centaure. Quand vous entendez centaure, vous pouvez croire que Madame Proxima, c'est son prénom, est une personne affreuse parce qu'elle a cent torts, ou au contraire que c'est une personne idéale car elle est sans défaut, sans tort. Mais ce nest pas ça du tout. Certains prétendent qu'elle s'appelle Centaure parce que son père ou son mari, on ne sait pas trop, avait la force d'un taureau et l'intelligence des hommes, tout comme ces animaux fabuleux dont les Grecs anciens nous ont laissés des sculptures. D'autres enfin écrivent Centores pour son nom de famille. Allez savoir ! Les recherches sont en cours pour trouver l'exacte vérité...

Madame Proxima s'inquiétait de la santé de Monsieur Soleil. Il avait chaud et, surtout le soir, l'on voyait sur son visage tout rond devenu rubicond, des éruptions. Il n'y avait en fait aucune inquiétude à avoir pour l'instant. Les éruptions, ça lui arrive de temps en temps, il est coutumier du fait, elles font partie de sa constitution « physiologique ». Madame Proxima le savait bien, mais elle avait trouvé là un beau prétexte pour téléphoner à son voisin Soleil.

Après les politesses d'usage portant notamment et bien sûr sur sa santé, Madame Proxima lui posa la question :

« Alors, puisque tout va bien, que faites-vous en ce moment ?

- Comme vous me l'avez aimablement dit, je renais chaque jour, je suis comme les hommes de la Renaissance, qui, il y a cinq cent ans, pensaient que l'œil émettait des rayons leur permettant de voir. J'observe en ce moment mon ami le jeune prince des kangourous. Il se déplace le long de l'un de mes rayons rectilignes, qu'entre nous nous appelons une droite. Il va d'un point à un autre, toujours joyeux, parfois en avant, parfois en arrière, on le voit rire, il fait en somme ces déplacements, qu'entre nous, nous appelons des translations.

- Ces déplacements, ces translations, les fait-il rapidement, ou préfère-t-il se prélasser et courir aussi vite que la tortue ?

- Aujourd'hui, ma chère Proxima, je ne m'en préoccupe pas. J'ai une toute autre idée en tête : raconter à tous les petits amis de notre kangourou merveilleux des histoires étonnantes sur, ce qu'entre nous, nous appelons les nombres.

- Oh, que vous avez raison, et que j'aimerais bien, moi aussi, entendre ces histoires en compagnie de tous ces petits amis. Mais voyez-vous j'habite quand même un peu loin de vous !

- Ne vous inquiétez pas Proxima. Aujourd'hui avec Internet, nous pouvons faire bien des choses. Bon, je vais d'abord leur dire ce que sont ces choses, qu'entre nous, nous appelons les nombres. A bientôt Proxima, et portez-vous bien ! »

# Chapitre 5

# Les glissades de Sphalos

Soleil reposa le téléphone. Il s'étira, tendant en l'air bras et jambes, fit mine de bâiller, émit un grognement, puis d'un coup relâcha tous ses muscles, les bras et les jambes tombèrent, il était détendu.

Il marmonna, presque en rêvant :
- Oui les nombres sont des êtres imaginaires, que l'on ne voit pas, qu'on ne peut pas toucher, qu'on dit abstraits, mais que l'on connaît par leurs représentations.

On les connaît, on les connaît, c'est vite dit. On connaît beaucoup de choses sur eux, mais pas tout. Peut-être m'aiderez-vous à connaître ce qu'on ne connaît pas encore !? Vous le voulez, oui ? Bravo ! Mais d'abord, que savons-nous sur eux ?

Les amis de kangourou se regardèrent, l'œil presque fixe, le regard presque étonné, le sourcil en accent circonflexe ! Qu'est-ce qu'un nombre, voilà bien une question difficile !

Soleil sourit. Il pensait que les hommes, souvent par manque de vocabulaire, ou d'imagination, ou par quelque forme de lassitude, appelaient parfois n'importe quoi avec n'importe quoi. Il savait aussi que les êtres abstraits, ne sont pas si abstraits que ça, ils peuvent être un peu comme les êtres vivants, évoluer, changer, se modifier.

Soleil se décida enfin à parler :
- Un nombre représente une transformation, le mouvement qui l'accompagne, et un nombre est lui-même représenté par des chiffres.

Les amis du kangourou se regardèrent à nouveau. Ils avaient l'impression qu'en une phrase, Soleil avait dit beaucoup de choses, un peu trop pour la première fois. Ils éprouvaient le besoin d'explications complémentaires, d'exemples qui leur seraient accessibles, qui les convaincraient du bien-fondé du propos entendu.

Le regard rayonnant et perçant, mais aussi caressant du Soleil, se posa sur les visages attentifs, Soleil voyait leur attente.

- Faites d'abord venir, leur dit-il, Sphalos, votre champion, le roi des patineurs, et demandez-lui de glisser sur le rayon, sur la droite lumineuse, en compagnie de votre prince. Il partira au moment même où votre prince quittera le sol, et arrivera au même instant au point où le prince touchera le sol.

La glisse de Sphalos de A vers B s'appelle une *translation*. Elle est comme un saut du prince, qui va également de A en B. Ce mot, comme, est important. Il dit ici qu'à tout mouvement de Kangourou, correspond un mouvement de Sphalos. Il dit aussi qu'à tout mouvement de Sphalos correspond un mouvement de Kangourou. Les mouvements ne sont pas les mêmes, mais ils conduisent à des résultats identiques en matière de position initiale et finale - les savants disent que, de ce point de vue, il y a bijection entre ces deux ensembles de mouvements. On peut donc les représenter de la même façon, par des chiffres !

Êtes-vous d'accord, mes amis ?

# Chapitre 6

# Un merveilleux canard

Sphalos et Kangourou étaient très copains. On les aurait même crus jumeaux car ils portaient les mêmes couleurs, jaune pour Kangourou, et jaune pour Sphalos le canard, car je ne vous l'avais pas dit, Sphalos est bien un canard ! Les deux compères faisaient tout pareillement : quand l'un sautait, l'autre glissait. Quand l'un glissait, l'autre sautait.

Et puis également, ils étaient aussi merveilleux, l'un que l'autre.
- Quand l'un sautait sur place, l'autre ne glissait pas (0) : une translation nulle disaient-ils !
- L'un comme l'autre pouvaient ne pas s'arrêter, de sauter ou de glisser.
- Ils pouvaient, l'un comme l'autre, faire un mouvement vers l'avant, puis accomplir le mouvement symétrique, celui vers l'arrière, qui les ramenait à leur point de départ.

Et ce n'est pas tout, comme vous l'allez voir :
Sphalos était capable de faire d'immenses glissades, Kangourou de faire d'immenses sauts, l'un comme l'autre encore plus immenses qu'immenses, des glissades et des sauts dont vous n'avez pas idée. On les disait infinis, ce que Soleil représentait par ce dessin, par ce symbole : $\infty$, appelé donc le symbole de l'infini.

Ainsi, Sphalos et Kangourou étaient deux personnages fabuleux qui se ressemblaient beaucoup, et pourtant ils n'étaient pas jumeaux, puisque l'un était canard et l'autre Kangourou ! Mais à l'évidence, ils partageaient de lointains ancêtres !

Mais alors, comment faisait donc Soleil pour représenter par des chiffres cette immensité de sauts et de glissades, de translations différentes ?

Soleil ne gardait pas ses secrets, comme le faisaient il y a bien bien longtemps, bien avant le Président de la République, Louis XIV et Jules César, les prêtres et savants égyptiens qui construisirent les grandes pyramides ! Bien sûr, il lui fallut de nombreuses années, des années et des années avant qu'il ne parvint à fabriquer le système facile de représentation que tous les hommes d'aujourd'hui emploient.

Le voici :
Kangourou et Sphalos savent accomplir n'importe quelle translation, que ce soit par des sauts ou des glissades.

Soleil note alors le saut représenté par :

$1 + 1 + 1 = 1 + 2 = 2 + 1$ par le dessin-chiffre 3 (trois)
$1+1+1+1 = 1+2+1 = 2+1+1 = 1+1+2 = 1+3 = 3+1$ par le dessin-chiffre 4 (quatre)
$1 + 4 = 4 + 1$ par le chiffre 5 (cinq comme les doigts dune main),
$5 + 1 = 1 + 5$ par le chiffre 6 (six),
$6 + 1 = 1 + 6$ par le chiffre 7 (sept),
$7 + 1 = 1 + 7$ par le chiffre 8 (huit),
$8 + 1 = 1 + 8$ par le chiffre 9 (neuf).

Soleil fit une pause. Un rien de fatigue se lisait sur les visages de ses amis. Toutes ces nouveautés leur avaient donné le tournis. Quelques-uns tournaient la tête vers la droite, d'autres vers la gauche, d'autres encore vers le bas, et certains même levaient les yeux vers le haut. Plus personne vers l'avant, et bien sûr, ils n'étaient pas merveilleux, aucun vers l'arrière. Les sourires s'étaient effacés.

Il était temps de se reposer. Penser à plus de deux choses à la fois est impossible, alors que, parfois, penser à une seule chose, devient pénible. Cette avalanche de chiffres inédits était devenue étouffante.

En quelques jours, on avait appris ce qu'était une représentation, on avait compris qu'elle était vitale pour nous, on avait appris ce qu'était un nombre, rencontré les mouvements de translation, la manière de représenter les plus courants par des dessins appelés chiffres, symboles, il y en a toute une kyrielle, découvert le mot symétrique, mais à quoi servait-il d'ailleurs ?

Nous sommes arrivés en fin du chapitre 6, six comme samedi, le sixième jour de la semaine. On ferme. Demain c'est dimanche, on pourra bien dormir, jouer tous ensemble, toute la journée ! Et l'on vit les sourires s'afficher à nouveau sur les visages éclairés de nos petits amis.

# Chapitre 7

# Des nombres à n'en plus finir

Dimanche était passé. Ils avaient bien dormi. Dans les têtes, tout s'était mis en place, bien mis en place. Ajouter un à chaque pas, créer alors un nouveau chiffre et lui donner un nom est un mécanisme tout simple, et naturel. Quand Kangourou mangeait des cerises bien rouges, il les prenaient toujours de la même façon, l'une après l'autre, les mangeait une par une, et empilait les noyaux, l'un après l'autre, en un joli tas qu'il arrangeait de ses doigts. Cette addition successive et sans cesse renouvelée est la caractéristique d'un phénomène si stable qu'il peut se répéter sans fin. Et ce qui est stable éveille en nous un sentiment de sécurité, de confiance en l'avenir, qui nous rend joyeux, que nous exprimons par la joie.

Aussi, lorsque tous les petits amis rencontrèrent à nouveau Soleil, ils s'empressèrent de lui demander quel était le chiffre qui venait après 9.

Soleil répondit :
- Ah, Ah, Ah ! Voyez-vous mes amis, ce qui est remarquable, est que les seuls dix chiffres que vous connaissez :

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

vont suffire, vont permettre de représenter toute une immensité de nombres, appelés des nombres entiers.

Ce fut bouche bée et incrédule qu'on regarda Soleil. Un large et chaleureux sourire se dessina sur son visage tout rond, à la vue de tous ces petits regards subitemment étonnés.

Eh oui ! Avec ces seuls chiffres $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, nous allons pouvoir représenter une infinité de nombres. On dira donc qu'ils forment la base de la représentation, et que chacun d'eux est une unité de la base.

Mais passons. Voyez comme vous êtes puissants. Vous allez être, chacun de vous, capable de créer une infinité de nombres, quelque chose de grand comme l'univers ! Nest-ce pas admirable ? Ces quelques chiffres sont comme les doigts des mains qui permettent de façonner le monde ! Et il y en a autant que les doigts des deux mains !

On peut donc dessiner les doigts des mains, en faire une représentation à l'aide de ces seuls chiffres ! Soit !

Mais comme 0 est le mouvement nul, on ne peut rien construire avec lui, il représente en quelque sorte l'absence de doigt qui, lui, peut remuer, nous allons donc l'oublier un instant.

En commençant par la main gauche, mais on pourrait tout aussi bien commencer par la main droite, nous représentons par 1 le pouce, par 2 l'index, etc... , par 5 l'auriculaire, nous continuons par 6 qui représente le pouce de la main droite, etc... par 9 l'annulaire, et il reste l'auriculaire de la main droite qui n'a pas de dessin pour le représenter, et qu'on appelle le dixième doigt des deux mains.

Ainsi neuf plus un égale dix, mais quel dessin va représenter dix ?

Il a fallu beaucoup de temps, des années et des années, et encore des années pour voir comment étaient organisés les nombres et donc pour trouver le bon dessin. On ne pouvait quand même pas créer un nouveau dessin différent de tous les autres pour représenter chacun de ces nombres alors qu'il y en a une infinité !

On a fini par comprendre que les nombres pouvaient se grouper en paquets semblables, qu'il y avait un mécanisme stable, un phénomène de répétition qui présidait à leur organisation.

Chaque doigt de la main représente un paquet de une unité. Les deux mains réunies forment un paquet de dix doigts. On pourra toujours fabriquer un autre paquet de même taille, l'additionner au premier, et recommencer ce processus.

Avec dix doigts, on fabrique un paquet d'une dizaine. Avec dix dizaines, on va fabriquer un paquet qu'on appellera une centaine. Avec dix centaines, on fabriquera un nouveau paquet qu'on appellera un millier, etc.

On part donc des unités que l'on considère d'abord une par une :

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

Leur ensemble forme un paquet d'une dizaine d'unités, la dizaine de base qu'on aurait pu noter par :

$$0(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)$$

Les dizaines suivantes et successives vont être représentées dans cet ordre par :

$$\begin{gathered}
1(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) \text{ ou encore } 10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\\
2(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) \text{ ou encore } 20,21,22,23,24,25,26,27,28,29\\
...\\
9(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) \text{ ou encore } 90,91,92,93,94,95,96,97,98,99
\end{gathered}$$

On lit sur cette présentation le dessin représentant le nombre dix. Il est formé par les deux chiffres 0 et 1, le chiffre de droite associé à la désignation d'unité de base, ici 0, le chiffre de gauche associé à la désignation d'une dizaine, ici 1. On écrit donc (enfin !) :

$$1+9=9+1=10$$

Par ajouts successifs de 1, on restera dans la même dizaine tant qu'on ne dépassera pas l'ajout de 9 unités de base.

Par abus de langage et par tradition, on appellera quelquefois et également nombre sa représentation par des chiffres.

On a ainsi obtenu un paquet d'une dizaine de dizaines, et qu'on appelle une centaine. La première centaine, ou centaine de base, rassemble la totalité des dessins (chiffres, nombres) suivants :

$0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 \quad 10,11,12,13,14,15,16,17,18,19 \quad 20,21,22,23,24,25,26,27,28,29$ $30,31,32,33,34,35,36,37,38,39 \quad 40,...50,...60,...70,...80,...,89 \quad 90,91,92,93,94,95,96,$ $97,98,99$.

On appelle cent le résultat de l'addition $99+1$. Pour en obtenir le dessin, on commence bien sûr par additionner les unités. On a vu que $9+1=10$. Par conséquent l'ajout d'une unité à 99 oblige à changer de dizaine, à passer dans la dizaine suivante qui est la dizaine porteur du numéro 10 puisque la précédente portait le numéro 9. On représentera donc $99+1$ par les chiffres 100.

Ce dessin n'est pas d'une interprétation difficile :

le chiffre de droite, ici 0, représente les unités, celui du milieu les dizaines, le 1 de gauche les centaines.

Ce processus de création de représentation des nombres par paquets peut se conduire sans fin.

Un paquet de dix centaines de nombres formera ce qu'on appelle un millier de nombres, mille nombres. Il n'y a pas de nom spécial pour un paquet de dix milliers de nombres, ni pour un paquet de dix fois dix milliers de nombres, qui est un paquet de cent milliers de nombres. Million désigne un paquet de dix fois cent milliers de nombres, et milliard un paquet de mille millions de nombres.

A la fin de ce long discours, nos petits amis avaient l'impression que leur tête tournait dans tous les sens : des tas de chiffres défilaient devant leurs yeux, parfois volant dans toutes les directions, comme des milliers de grains de poussière grisâtres dansant autour des rayons du soleil.

Soleil s'en aperçut, et pour leur changer un peu les idées, leur proposa de construire un étrange édifice, pour des raisons connues avant tout de lui seul.

# Chapitre 8

# En route vers les étoiles

Kangourou le jeune prince pouvait faire n'importe quel saut. Soleil, profitant de cette merveille, proposa à Kangourou d'aller rendre visite à Madame Proxima sa voisine.

- Grâce à la magie des nombres, je vais te faire construire un escalier peu commun qui, si tu le veux bien, te conduira chez elle, lui donner de nos nouvelles. Je suis sûr que tu seras parfaitement reçu.

Kangourou sauta de joie. Il sautait, nous le savons, aussi bien en avant qu'en arrière !

Si 2, 3 ou 100 représentaient des sauts en avant, $-2$, $-3$, $-100$ repésentaient les sauts qui ramenaient Kangourou à son point de départ. ll y avait donc autant de nombres dits positifs, correspondants aux déplacements vers l'avant, que de nombres négatifs, correspondants aux translations vers l'arrière.

La liste des nombres entiers se compose donc de deux parties symétriques, les entiers positifs dit aussi naturels, et les entiers négatifs : puisqu'il ne correspond à aucun mouvement, on considère souvent que 0 ne fait partie ni des entiers dits naturels qui représentent des mouvements vers l'avant, ni des entiers négatifs qui représentent des mouvements vers l'arrière. Cest un entier qualifié de neutre vis-à-vis de ces mouvements. C'est typiquement un nombre ambigu !

Sa position est centrale dans l'ensemble des entiers. Il est bien sûr le seul, l'unique à occuper une place aussi singulière : il est, la singularité de l'ensemble des entiers. Une singularité révélatrice de l'ambiguïté des choses de ce monde !

Un jour, Monsieur Buridan, qui vivait au Moyen Âge, amena son âne sur zéro. C'était un âne aussi merveilleux que Kangourou : il pouvait, très têtu, décider de courir, par exemple jusqu'au nombre 10.000, comme de reculer jusqu'au nombre $-100.000$. Evidemment, se dit l'âne placé en position zéro, je ne vais pas rester ici, sur place, toute ma vie !

Mais que vais-je faire, aller vers l'avant, ou vers l'arrière ? Et toutes les possibilités d'aller aussi loin dans un sens ou dans un autre me sont permises : que faire ?

Zéro concentre en lui-même ces immenses possibilités d'un côté comme de l'autre, cette toute puissance, il est totipotent. A la fois rien et tout, ange et bête, au caractère ambigu comme toute chose singulière.

La liste complète des entiers qui entourent zéro est infinie. Elle contient à la fois les entiers positifs et les entiers négatifs, qui sont eux-mêmes deux sous-ensembles de nombres de taille infinie ! En fait cette liste de nombres contient, non pas seulement deux, mais une infinité de sous-ensembles infinis de nombres ! L'univers des nombres est magique.

Il n'y a, a priori, aucune règle pour montrer sur une feuille de papier ou sur un écran un petit fragment de cette liste, supposée ici écrite le long d'une ligne, comme sur un fil :

-∞,... $-123456789098, ..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., 123456789098, ...,$ ∞

Soleil proposa à ses petits amis d'enrouler cette liste complète des entiers autour d'un cylindre infini, qui est une sorte de tube dont on ne peut jamais atteindre les extrémités. Il n'y a bien sûr que Soleil qui soit capable de bâtir un objet complet infini, au moins en imagination bien sûr, en rêve !

C'est à partir de ce tube que Soleil fit ériger ce fameux escalier, « l'Escalier de Jacob ».

Alors le Prince des Kangourous, franchissant quatre à quatre, que dis-je mille à mille les marches de cet escalier, courant comme l'éclair sur cette échelle, pourra monter si haut qu'il pourra rencontrer non seulement Madame Proxima, mais aussi toutes les belles étoiles de l'univers !

Soleil fit venir Kangourou. Il parla avec lui en ces termes :

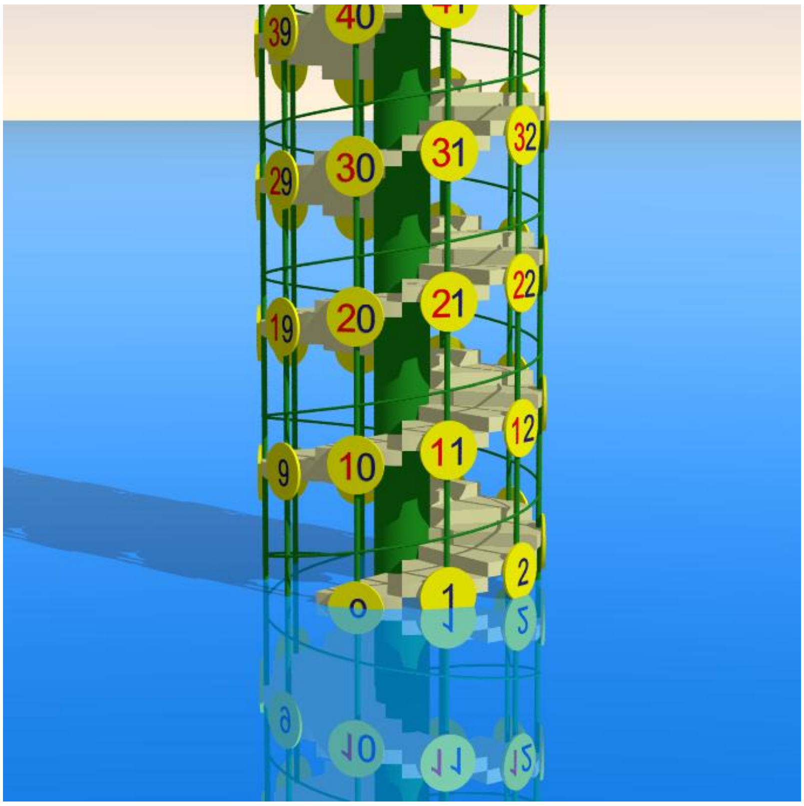
- Place-toi en zéro mon ami, et imagine que tu vas sauter de trois vers l'avant.
- Voilà dit kangourou, je suis en zéro par la pensée, et toujours par la pensée j'imagine que je vais sauter de trois vers l'avant.
- Très bien dit Soleil. Tu vas donc t'éloigner de zéro de trois. Mais tu sais que tu peux également faire un saut de trois dans la direction opposée ?
- Bien sûr, Soleil, ne suis-je pas merveilleux ?
- Et donc, Prince des Kangourous, tu vas t'éloigner également de zéro de trois, mais cette fois-ci dans l'autre sens.
- Oui, Soleil, mais où veux-tu en venir ?

- Tout simplement à ceci. Imagine qu'un miroir soit placé en zéro. Quand tu rapproches du miroir, ton image se rapproche de la même manière de ce miroir, et quand tu t'en éloignes, ton image s'en éloigne également de la même façon. Le symétrique $-3$ de 3 est comme l'image à tout instant de toi-même dans ce miroir.
- Si donc je représente les entiers positifs dans l'espace, j'obtiens les entiers négatifs comme images des précédents par rapport à un miroir placé en zéro ?
- Oui, Kangourou ! Bravo ! Tu n'es pas le Prince des Kagourous pour rien !

Les joues de Kangourou se teintèrent du même rouge que celui de son nœud papillon.

Soleil adressa alors les recommandations suivantes :

« Commencez par enrouler de manière régulière autour du cylindre, et vers le haut, la partie du fil portant les entiers positifs. Imaginez qu'en zéro est placé un miroir perpendiculaire à l'axe du cylindre. Enroulez alors vers le bas la partie du fil portant les entiers négatifs de sorte que chaque entier négatif est l'image par rapport au miroir de l'entier positif dont il est le symétrique.



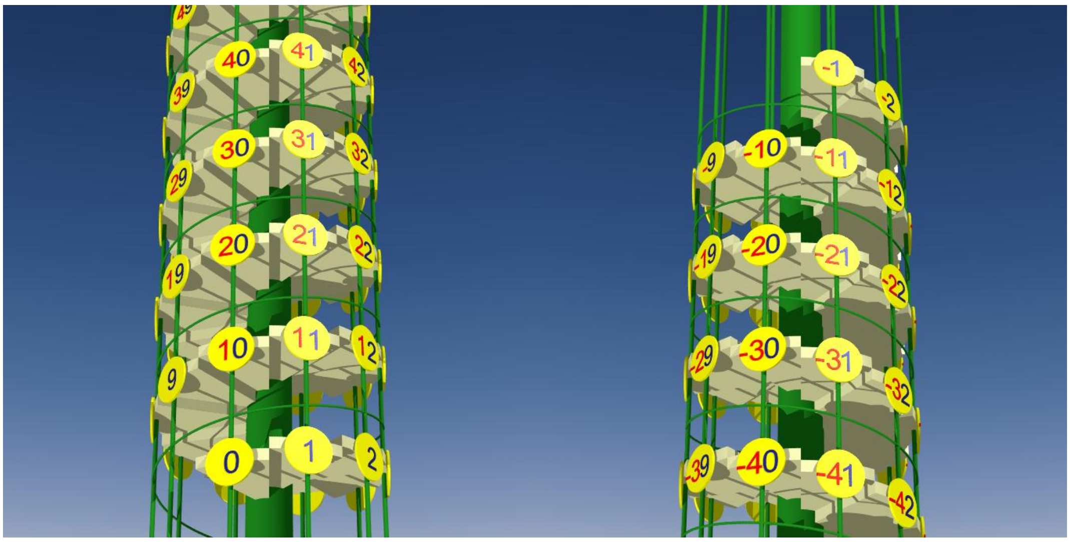

Puis, chaque fois que le cylindre sera en contact avec le petit morceau du fil sur lequel est inscrit un nombre, on fera une encoche dans le tube, encoche à l'intérieur de laquelle on glissera un côté d'une marche de l'escalier. L'autre côté de la marche sera soudé à une barre métallique colorée.

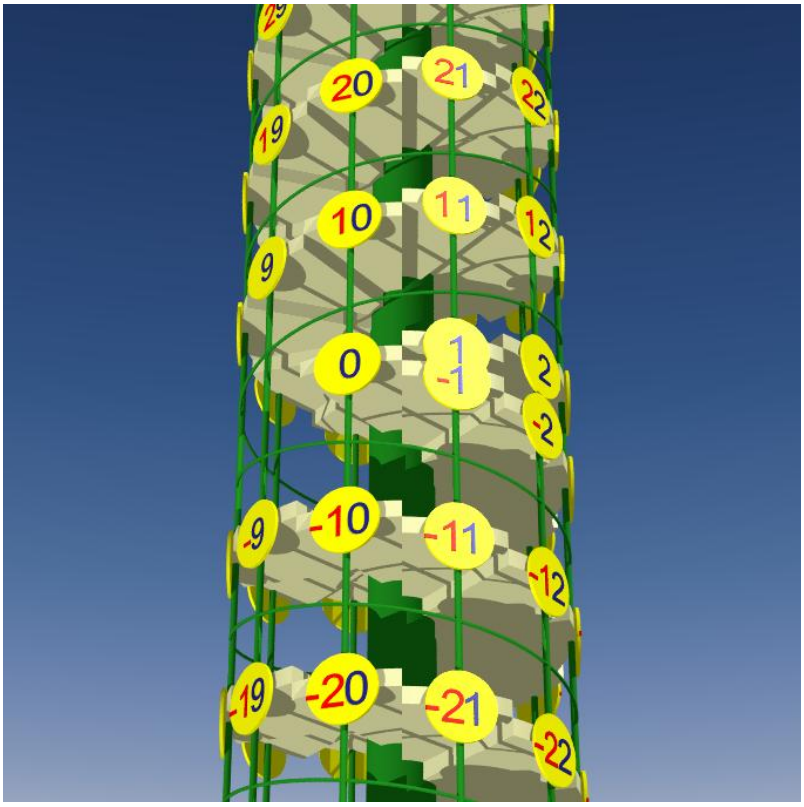
Vous disposerez de dix barres métalliques colorées, appelées des fibres, et numérotées de 0 à 9 : toutes les couleurs peuvent être différentes. Toutes ces barres, parallèles au tube, rencontrent un cercle métallique posé au sol, appelé cercle de base, et auquel elles seront soudées : l'escalier doit être très solide pour monter si haut ! L'axe du tube passe par le centre de ce cercle.)

Chaque barre porte, dans un premier temps, des inscriptions de nombres qui vont de dix en dix.

Ainsi sur la barre colorée en noir et numérotée 0, on peut lire : 0 au contact du cercle métallique, puis vers le haut $10, 20, 30, ..., 100, 110, ..., 1000, 1010, ...$ etc jusqu'à linfini, et vers le bas $-10, -20, -30, ..., -100, -110, ..., -1000, -1010, ...$ et ainsi de suite jusquà l'infini. Ces derniers nombres sont les déplacés, les translatés de 0 par les translations 10 et $-10$.

Une marche joint l'inscription 10 sur le tube central à l'inscription 10 sur la barre noire. Il y a autant de marches de cette sorte que d'inscriptions sur la barre noire. Pour avoir une idée de la quantité d'inscriptions qui figureront sur cette barre, du travail que vous aurez à faire, vous supprimerez dans un deuxième temps le zéro des unités sur chacune de ces inscriptions. On lira alors, vers le haut, $1, 2, 3$, etc, et vers le bas, $-1, -2$, etc. Conservant le zéro sur la barre au contact du cercle de base, sera donc inscrite sur cette barre la liste complète des nombres entiers.






**Images Jos Leys**

Ainsi, l'ensemble infini des entiers tracés sur le tube contient, augmenté du zéro de la base, l'ensemble infini des translatés de 0 : ces deux ensembles infinis portent pourtant exactement les mêmes nombres ! Qui contient l'autre ?

Avec chacune des neuf autres barres, le phénomène observé sera le même. On peut donc se contenter de voir ce qui se passe sur la barre par exemple rouge sur laquelle sont inscrits d'abord vers le haut : $1, 11 = 1 + 10, 21 = 11 + 10, ...$ et vers le bas : $-1, -1 + (-10) = -11, -11 + (-10) = -21, ...$ c'est-à-dire les translatés de 1 et $-1$ par 10 et $-10$. 0 ne figure pas ici.

Une marche joindra l'inscription 1 sur le tube central à l'inscription 1 sur la barre rouge. Il y a autant de marches de cette sorte que d'inscriptions sur la barre rouge.

On supprimera dans un second temps le 1 des unités figurant dans toutes les inscriptions ayant au moins deux chiffres. On observera alors sur la barre rouge les inscriptions :

-$\infty$, $... - 12345678909, ..., -5, -4, -3, -2, -1, -1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, ..., 12345678909, ..., \infty$

Le zéro ne figure pas, mais par contre, sont présents deux 1 et deux $-1$, et puis tous les autres nombres entiers. Il y a donc une inscription supplémentaire sur cette barre, par rapport à celles qui figurent sur la liste des entiers ! Et pourtant cet ensemble d'inscriptions est, à l'écriture près, le même que celui qui figure initialement sur la barre, où le zéro n'apparaît pas...

En remplaçant les 1 et $-1$, par 2 et $-2$, 3 et $-3$, ... , 9 et $-9$, on obtiendra les 8 autres listes d'inscriptions sur les 8 autres barres, et l'on observera les mêmes phénomènes inattendus.

L'ensemble des inscriptions sur le tube central contient toutes les inscriptions qui figurent sur les 10 barres métalliques. A vrai dire, si d'un infini, on parvient à extraire un infini qui lui est égal, la répétition sans fin de ce processus sur le dernier infini créé conduit à énoncer que cet infini se contient une infinité de fois.

On n'en a pas fini de gloser sur l'infini, pensait Soleil ! »

# Chapitre 9

# Kangourou pense à être architecte

Comme l'avait espéré Soleil, la construction du grand et magnifique escalier de Jacob eut une grande influence sur Kangourou. Il rêva de devenir lui aussi architecte.

Bien comprendre d'abord la structure de cet escalier, telle a été sa démarche. Et comme chaque marche de l'escalier correspond à un nombre entier, il décida d'examiner en détail la structure de cet ensemble des nombres entiers.

La feuille de papier devant lui, le crayon à la main - en ce temps, la tablette était inconnue ! - Kangourou ne bougeait pas, l'esprit apparemment vide, la pensée muette. Il finit par jeter un coup dœil par la fenêtre, l'escalier, devant lui, exposait sa splendeur. Un peu de chaleur lui monta aux joues : cet escalier était devenu une sorte d'ami, sa présence, tout près, le réconforta. Il le regarda, de bas en haut et de haut en bas, si riche en couleurs ; petit à petit son esprit se réchauffa, et se mit à mouvoir lui aussi.

Des bribes de souvenirs affluèrent, se mélangèrent, s'organisèrent, confortés parfois par un simple regard sur l'escalier. Il y avait des propriétés apparemment particulières, mais d'autres qui semblaient plus générales, plus universelles en quelque sorte.

Il fit cette réflexion que les propriétés les plus générales, qui sont vraies peut-être partout et toujours, sont de ce fait sans doute les plus intéressantes ! Ce sont donc les plus fréquentes, les plus utilisées qu'il faut mettre en évidence, faire ressortir !

Il nota sur sa feuille :
« 1 - Les marches de l'escalier, les groupements de marches consécutives, sont des objets de même nature. Tous ces mouvements auxquels ils sont intimement associés, ces sauts que je fais, ces translations de Sphalos, sont également des objets de même nature. Tous les dessins et nombres qui les représentent sont tous également de même nature.
Et ces ensembles d'objets différents, notamment les deux derniers, me semblent partager

les mêmes propriétés.

2 - En partie grâce à cette sorte d'homogénéité de leurs constituants, je peux en effet composer, additionner entre eux les éléments appartenant à ces ensembles. Une translation suivie d'une translation est encore une translation ; 1 plus 1 est encore un nombre, 2. Et je peux faire ces compositions entre translations et ces additions entre nombres sans fin.

3 - Ces ensembles possèdent aussi tous deux un élément dit *nul* : composée avec la translation nulle, une translation quelconque reste invariante ; l'addition de 0 à un nombre quelconque le laisse invariant. »

Après avoir écrit toutes ces lignes, Kangourou éprouva le besoin de reposer un instant sa main, et son esprit. Il posa son crayon, jeta à nouveau un coup d'œil sur son escalier, puis sur sa feuille. Ai-je bien tout vu, se dit-il ? La réponse vint aussitôt : Mais non ! et il écrivit, pensant « je peux faire des sauts en arrière » :

« 4 - A tout mouvement de translation est associé un mouvement de translation symétrique de sorte que leur composition est la translation nulle. Tout nombre possède un symétrique, l'addition du nombre et de son symétrique est le nombre nul. »

Kangourou posa à nouveau le crayon sur la table et se redressa. Il se sentait un peu fatigué, mais avait l'impression, le sentiment d'avoir bien travaillé. Il était en somme assez content de lui. Les minutes passant, un soupçon d'inquiétude lui traversa l'esprit. Ai-je bien vraiment tout dit, ce que j'ai observé est-il bien exact ?

Il se leva soudain. « On verra bien demain » dit-il à haute voix, et il sortit.

# Chapitre 10

# La très belle découverte

Kangourou se sentait agité. N'avait-il pas annoncé qu'il voulait devenir architecte ? Mais que fait un architecte ? Sa vision de l'architecture restait obscure. Ce qu'il avait entrepris convenait-il, était-ce raisonnable ? Ce qu'il avait écrit se rapprochait-il des «abstract non senses» dont il avait entendu parler sans savoir ce qu'il y avait derrière ces mots, des bêtises en quelque sorte ?

Il éprouva le besoin d'aller s'épancher auprès de quelqu'un, de se délivrer de tous ces soucis. Il aperçut son grand copain Sphalos, affalé sur son siège, à la terrasse d'un théé. Il faut savoir qu'il n'y a pas de cafés au pays des kangourous. Les kangourous sont plutôt herbivores, nul ne les surpasse dans la connaissance des plantes, avec lesquelles ils préparent de merveilleuses boissons chaudes. Sphalos le can(ul)ard, qui aime bien les milieux liquides, était donc attablé à la terrasse d'un théé.

Un grand sourire éclaira le visage de Kangourou. Un grand sourire éclaira le visage de Sphalos.

Tout en buvant avec précaution son spécial thé très parfumé, Kangourou fit part à l'attentif Sphalos de ses projets incertains, de ce qu'il avait déjà fait, de ses petits soucis. Sphalos resta silencieux un moment, puis dit soudain :

- Coin-coin, et si nous regardions ensemble ce que tu as déjà écrit ? Soit tu as raison, soit tu as tort et si je te donne raison alors que tu as tort, nous serons tous les deux des imbéciles. Comme disent les Corses, nous serons tous deux dans la bourbe, aqui. Qu'en penses-tu ?
- Tu as bien raison ! D'accord pour te montrer ce que j'ai déjà écrit.

Les tasses de thé furent instantanément vidées.

Sphalos relut avec lenteur le texte de Kangourou. L'impression était bonne. Que pouvait-on modifier, retrancher, ajouter ? Sphalos prenait son temps. N'avez-vous pas remarqué combien les canards, au bord de la mare, peuvent rester longtemps pensifs et méditatifs ? Kangourou, lui, s'agitait, accomplissait de petits sauts, mais en ce moment circulaires, n'était-il pas merveilleux ?

Sphalos pensait, lui, aux manières selon lesquelles ils se déplaçaient tous deux. Par exemple, ils pouvaient d'abord associer les mouvements 2 et 1, c'est-à-dire considérer la translation de 2 suivie de la translation de 1 comme un seul bloc. Ce bloc noté $(2+1)$ est comme une translation de 3. On peut ensuite la faire suivre d'une nouvelle translation, par exemple de 3 encore. Mais le résultat final est le même que s'ils accomplissaient la translation 2 suivie du mouvement $1+3$, qui est comme la translation 4, soit :

$$(2+1)+3 = 2+(1+3)$$
$$3+3 = 2+4$$

Sphalos et Kangourou étaient bien d'accord : pour tous leurs déplacements, on pouvait associer les éléments en blocs plus ou moins grands, permettant d'obtenir des écritures plus condensées. Au lieu décrire :

$$1+1+2+1+2$$

on pouvait tout aussi bien écrire

$$1+(1+2+1)+2$$
$$(1+1)+(2+1+2)$$
$$(1+1)+5 = 1+(1+5) = 1+6 = 7$$

Ils appelèrent cette propriété des nombres l'*associativité*, et estimèrent dans leurs discussions que les nombres avaient de remarquables propriétés de stabilité, aussi étonnantes que celles des années, des ans qui, sans défaillance, se succédaient les uns après les autres. Quelle fut leur surprise quand ils remarquèrent que les trois lettres qui composaient « ans » désignaient aussi les propriétés principales de ces nombres : a comme *associativité*, n comme élément *neutre*, s comme *symétrie* !

Un rien superstitieux, ils se dirent que l'examen des propriétés structurelles de ces mouvements et de ces nombres qu'ils venaient de faire défieraient sans doute le passage des ans.

Pendant tout le temps de leurs échanges, Sphalos était resté plutôt gentiment assis. Kangourou, lui, allait et venait, revenait sur ses pas, tournait même parfois sur lui-même en agitant les bras.

Soudain, comme Kangourou tournait en rond, nos deux compères pensèrent au mouvement de rotation. Et si, au lieu de nos mouvements de translations rectilignes, nous regardions les propriétés des mouvements de rotation ? Auraient-ils bien les mêmes propriétés que les mouvements de translations ? Ce serait confirmer ce qu'avait dit Soleil : tout nombre représente un mouvement, une transformation.

Instinctivement, ils penchaient vers l'affirmative. Le cercle n'est-il pas simplement un fil dont on soude les extrémités ? On pouvait bien faire en effet une rotation après l'autre, les composer, s'abstenir de tourner, tourner en sens inverse et revenir à son point de départ.
Mais en tournant les bras dans l'air, dans l'espace qui nous environne, ils s'aperçurent avec surprise que, parfois, l'ordre de la succession des rotations modifiait le résultat. Alors que $1 + 2 = 2 + 1$, il arrivait que composer la rotation A avec la rotation B aboutissait à un état différent de celui que donnait la composition de B avec A !

Ça alors ! S'exclamèrent-ils ensemble.

Qu'on ait toujours avec les entiers $3 + 4 = 4 + 3$, que l'on *commute* la position des entiers quels qu'ils soient ne change rien au résultat final, est une propriété à laquelle ils n'avaient pas porté attention.

Ils savaient bien, quand ils prenaient leur petit déjeuner le matin, qu'on n'obtient pas tout à fait le même résultat quand on met du miel sur une tartine beurrée ou du beurre sur une tartine déjà recouverte d'une épaisse couche de miel blond.

Ils téléphonèrent à Soleil pour lui faire part de leurs trouvailles.

Soleil, d'abord surpris, stupéfait, rayonna de bonheur.

Félicitations, mes amis ! Vous avez tous deux découvert ou plutôt redécouvert l'une des architectures du monde parmi les plus intéressantes. On l'appelle la structure de *groupe*.
Elle vous permettra de réaliser mille choses dont vous n'avez point idée, de faire des voyages magnifiques, de créer des décors enchanteurs que vous ne cesserez d'admirer, et surtout de mieux comprendre l'étonnant univers dans lequel vous vous épanouirez.
Je vous embrasse !

# Notes historiques

**Page 5**
L'auteur voudrait d'abord adresser ses remerciements émus à l'étudiant et/ou aux étudiants qui, pour son premier Noël proprement universitaire, lui ont offert ce merveilleux Kangourou, lequel a bien voulu accepter de se laisser photographier pour vous. J'avais évoqué, au cours de mon premier cours en amphithéâtre fait devant des étudiants et donc devant eux, plus de 20 ans avant la naissance de http://www.mathkang.org, les prouesses de Kangourou. Elles seront rappelées dans ce texte, pour illustrer et rendre plus vivants des propriétés et des faits élémentaires, généraux, malheureusement souvent desséchés par la belle mais abrupte, insensible et hautaine, présentation axiomatique.

**Page 5**
Extrait de Wikipédia :
« Les kangourous se déplacent par bonds avec beaucoup de subtilité, leur vitesse de course est variable plutôt lente en général de l'ordre de 20 km/h, et peuvent alors parcourir de longues distances en faisant de petits bonds.
Ils peuvent aussi se déplacer à une vitesse plus rapide de 40 km/h en réalisant des bonds spectaculaires. Les kangourous peuvent bondir jusqu'à 3.5 mètres de haut, et 13.5 mètres de long.
Lors d'un réel danger, en terrain découvert devant un prédateur par exemple, ils peuvent prendre la fuite très rapidement jusqu'à 64 km/h pour les kangourous gris et 70 km/h pour les kangourous roux.
Les adultes n'ont pas vraiment de prédateurs grâce à leur force au combat, leur grande rapidité et leur agilité à bondir, cependant les animaux faibles, malades, âgés ou trop jeunes sont la proie des dingos. Les adultes sont très puissants, et peuvent tuer des dingos, leurs coups sont encore plus puissants que ceux des autruches.»

**Page 5 et suivantes**
Sur les dessins des chiffres et leur histoire, on peut consulter : Histoire universelle des chiffres, Seghers, puis Bouquins chez Robert Laffont, t. I et II, 1994.

**Page 9**
Le premier auteur - qu'en était-il peut-être de ses prédécesseurs ? - le premier auteur donc à avoir attiré l'attention de ses contemporains sur l'activité de représentation exercée par les hommes est Platon. Platon, très pédagogue, utilise le procédé consistant à créer un mythe pour présenter ses points de vue. Le mythe auquel en l'occurrence il fait appel est celui, devenu fameux, appelé « Le Mythe de la Caverne ». Platon l'expose dans son ouvrage bien connu La République, dès le début du chapitre $VII$.
Dans un texte en voie de rédaction, j'espère convaincre de la généralité du phénomène. Voir aussi le chapitre 1 de l'ouvrage cité dans l'article Page 13 qui suit.

**Page 13**
Sur ce qu'est un nombre, j'espère aussi avoir répondu tant à Vladimir Arnold qu'à Poincaré dans ces deux textes, surtout dans le second :
http://www.vigdor.com/titres/bruterCPConsNom.htm
et http://arpam.free.fr/Du%20nouveau%20...%20Quadrature.pdf
Selon P. Valéry, « Poincaré doutait que l'on puisse définir le nombre ». Tout dépend évidemment de ce que l'on entend par définition.

**Page 17 et suivantes**
La saisie de l'infini n'a cessé de hanter les hommes. Les lignes et les textes consacrés à l'infini, sans être infinis, sont toutefois terriblement nombreux. Tombent de ma bibliothèque par exemple ces trois ouvrages assez récents :
Jean-Marie Lardic, L'infini entre science et religion au XVIIe siècle, Vrin, Paris,1999.
Philippe Lauria, Cantor et le transfini, L'Harmattan, Paris, 2004.
Tony Lévy, Figures de linfini, Les mathématiques au miroir des cultures, Seuil, Paris, 1987.

L'enseignement secondaire ne m'a jamais parlé de l'infinité du nombre : est-ce pour ne point faire peur ? Je reprends dans le chapitre 1 de l'ouvrage cité dans l'article Page 13 qui précède, ces lignes toujours de P. Valéry : « Vu Estaunié. Me dit que, enfant à 6 ans, il avait appris à compter jusqu'à 6 - en deux jours. Il compris alors qu'il y avait 7, etc... , et il prit peur qu'il fallût apprendre une infinité de noms. Cet infini l'épouvanta au point de refuser de continuer à apprendre les autres nombres. »
Le choix du contenu de cet opuscule n'est pas totalement étranger à la signification de cette anecdote.

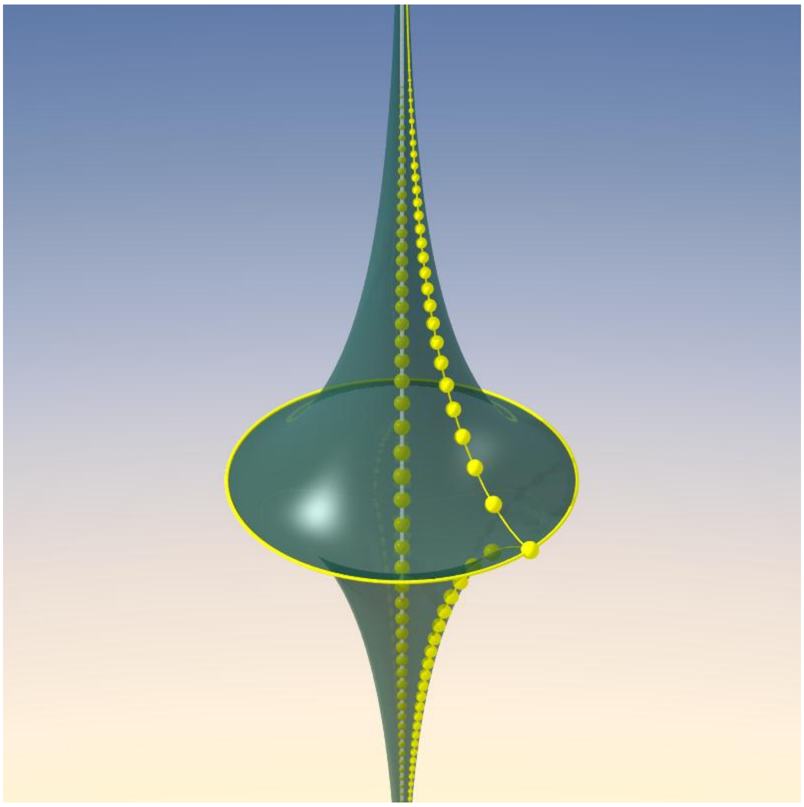
**Page 21**
Par convention, je considère également comme singularité l'équivalent de tout élément neutre d'un objet possédant une ou plusieurs symétries. Ainsi, 0 est la singularité de la droite discrète composée de tous les entiers - et reposant sur la droite continue des réels. Cette droite est située dans un plan. On peut la déformer par une application plan sur

plan continue qui envoie $(0,0)$ sur une singularité au sens classique de la courbe image. Par exemple, dans les cas simples, la déformée de la droite est une parabole, une gaussienne, une parabole semi-cubique (cusp), une tractrice. Par rotation de ces courbes autour de la droite des réels par exemple, on fabrique des surfaces qui sont des déformations de cylindres à axe horizontal : elles peuvent donc également servir à la construction d'escaliers infinis non cylindriques, au contraire des escaliers traditionnels.
Sur le rôle de la singularité en tant que métaphore de l'ambiguïté, cf par exemple l'article « Théorie des catastrophes et ambiguïté » (http ://arpam.free.fr/TCA.pdf). Dans la classification des singularités, la singularité de type *cusp* est la plus primitive : toute déformée de cette singularité respectant la symétrie donne une représentation des situations ambigües archétypes.

**Page 29**
L'auteur a oublié de préciser que Sphalos était un canard grec, fort nul, ce dont tout le monde s'est aperçu. Dans le patois aveyronnais, ici se dit aqui. Les savants linguistes sont parvenus à établir les origines de ce terme. On a supposé ici qu'il figure dans la langue corse.

**Page 31**
Ce conte s'adresse à tous les enfants, c'est-à-dire aux enfants de tous âges, sans limitation aucune. L'ouvrage intitulé **Comprendre les Mathématiques** ne compte que 1+2+3+4 chapitres sur les mathématiques, seules 10 folies s'élèvent dans le parc mathématique : ce texte introductif, en hommage aux rêveurs pythagoriciens, présente ce même caractère décimal.
Parmi les raisons qui en motivent le contenu, les deux suivantes restent à l'état subliminal, elles se présentent sous forme d'aphorisme :
- Les gens sérieux ne sont pas sérieux, ou encore les gens pas sérieux sont sérieux.
- Les hommes comprennent très vite, mais il faut leur expliquer plus longtemps encore.

Tout conte participe du rêve réparateur. La présence d'éléments loufoques l'accompagne fréquemment. Présents afin de divertir et reposer le lecteur, il arrive dans ce texte qu'ils pointent leur nez.
Parmi les concepts de base de la philosophie de l'auteur, celui d'énergie et celui de stabilité. Platon était à deux doigts d'introduire ce dernier dans le panthéon des Idées. Il n'a pas encore son héros. Soleil, dans ce texte, le dieu Ra des savants égyptiens, représente l'énergie sous sa forme lumineuse : nous lui devons en partie la vie et d'apercevoir le monde.



**Images Jos Leys**

L'escalier de Jacob que parcourt le Prince des Kangourous est globalement de forme cylindrique. Le regardant vers l'infini, il paraît s'amincir de plus en plus au point de disparaître. L'image présente de Jos Leys traduit cette impression. Les petites boules sur l'axe central de la figure illustrent les nombres entiers gravés sur le tube central de l'escalier. Celles qui sont inscrites sur le méridien visible de la surface illustrent les entiers de dix en dix gravées sur la barre verticale de l'escalier passant par le zéro du cercle de base.

Cette élégante surface est une représentation de ce que les mathématiciens appellent une *pseudo-sphère*, d'autres plus humoristes une pseudo-trompette. Elle est une manière de déformer un cylindre et renvoie à la « Note historique » intitulée page 21.

L'auteur a le plaisir de remercier Denise Chemla et Richard Denner qui ont bien voulu mettre au format LaTeX le texte original, Patrice Jeener et Los Leys qui ont bien voulu illustrer le texte.

# Quelques concepts



Gometz-le-Chatel, le 15 Octobre 2012